

À propos des fractales et du chaos dans les études pour piano de György Ligeti

Amalia BLĂNARU¹²

Abstract: *The Piano Etudes composed by György Ligeti in the last two decades of life represent the synthesis of his musical thinking, thinking that integrates mathematical concepts. In the present study, we set out to investigate the presence of these mathematical concepts in the Piano Etudes and their role in the evolution of the form of these works. We started with existing researches, but also the composer's writings and interviews. We have associated them with their own analyzes in an interdisciplinary approach. There are similarities with Koch's curve, Gaston Julia's fractal, Cantor's function, but also Lorentz's butterflies. The fractal configurations appear as structural or generating elements of the integral form. The intuitive use of mathematical concepts is an integral part of Ligeti's compositional thinking and is one of the features of the stylistic unity of he's creation.*

Key-words: *György Ligeti, Piano Etudes, fractals,*

1. Introduction

Les études pour piano, composées par György Ligeti au cours des deux dernières décennies, représentent la synthèse de sa pensée musicale en intégrant des concepts mathématiques tels que la géométrie fractale et la théorie du chaos, apparut et développées à peu près à la même époque. De plus, il faut souligner qu'il avait leur intuition, le *Poème symphonique* (pour 100 métronomes) et *Continuum* représentant une application intuitive "avant la lettre" des phénomènes mentionnés ci-dessus.

¹ Şcoala Gimnazială Vaskertes, amaliablanaru@yahoo.fr

² Affiliation, Société Française d'Analyse Musicale (SFAM)

1.1. Définitions et propriétés

La première définition des fractales a été donnée par Benoît Mandelbrot en 1975, mais plus tôt, en 1967, il avait déjà présenté des exemples de fractales et déterminé la formule de calcul de la dimension fractale. L'année 1982 est le moment à partir duquel, avec la publication du livre *La géométrie fractale de la nature*, toutes les formes et tous les corps échappant à la géométrie euclidienne deviennent valides, utilisables mathématiquement. Voici les systèmes de fonctions itérées, des fractales définies par une relation de récurrence, des fractales aléatoires, générés par des processus stochastiques. De point de vue musical, deux aspects sont intéressants: la propriété d'autosimilarité et la dimension fractale. L'autosimilarité fait référence à la ressemblance jusqu'à l'identité de deux fragments quelconques choisis au hasard, à n'importe quelle échelle. Cela peut être strict, approximatif ou statistique. La dimension fractale est celle qui donne aux objets fractals une légitimité géométrique. Elle est située entre les valeurs entières de la géométrie euclidienne (0- pour le point, 1-pour la droite, 2-pour le plan, 3-pour l'espace), il peut prendre toute autre valeur entre les entiers mentionnés et représente un critère dans la classification des fractales.

En mathématiques, le terme "chaos" apparaît en 1975, longtemps après la découverte du phénomène par Henri Poincaré. Ainsi, un système dynamique est appelé chaotique s'il remplit deux conditions: la sensibilité aux conditions initiales et une relation de récurrence. Nous devons à Edward Lorenz la métaphore bien connue du papillon, énoncée en 1972. Cela explique également pour les profanes la sensibilité aux conditions initiales.

1.2. Argument

L'association entre la pensée musicale de Ligeti et la pensée mathématique n'est en aucun cas forcée ou artificielle. Sans appliquer strictement les méthodes de travail mathématiques, nous trouvons des concepts mathématiques enchâssés dans sa création. L'auteur déclare: „Oui, les fractales sont ce que je veux trouver dans ma musique. Ce sont les ornements les plus complexes des arts, [...] Les ornements les plus compliqués - peut-être pas l'art, peut-être la géométrie. C'est une musique très complexe, difficile à décrire. Je veux seulement donner une métaphysique à ma musique. Après tout, la musique n'est pas une science." ³ (Soria 1987) [trad. n.]

³ „Yes, fractals are what I want to find in my music. They are the most complex of ornaments in the arts, [...] The most complicated ornaments—perhaps not art, perhaps geometry. It is a very complex music, difficult to describe. I only want to give a metaphysic for my music. After all, music is not a science.”

Comment Ligeti parvient-il à cette théorie? Intuitivement Il trouve la confirmation de son intuition en science. Il raconte: „Une branche des mathématique qui existe depuis les années soixante me paraît intéressante: le chaos déterministe. En 1983, durant un trajet en train de Strasbourg à Paris, j'ai lu quelque chose sur cette théorie de Mandelbrot dans *L'Express* et j'ai été fasciné. Plus tard, j'ai fait la connaissance à Brême de Peitgen et Richter, les auteurs de *The Beauty of Fractals*. Depuis, je suis ami avec Mandelbrot et Peigen. Sans le savoir, j'avais déjà employé ce genre de constructions dans les œuvres ou la grande complexité tend vers l'infini. Ce n'est pas le désordre. C'est le chaos, mais un chaos où plusieurs ordres différents s'interpénètrent. En fait, mon *Requiem* est une pièce fractale.” (Ligeti 2013,76)

Nous pourrions ajouter de nombreuses autres citations qui confirment la propension du compositeur à l'utilisation de diverses sources d'inspiration extra-musicales et, en particulier, mathématiques. Elles, avec les notes et les esquisses qui ont été conservées, prouvent la légitimité de l'utilisation des concepts présentés ci-dessus.

1.3. Objectifs

Dans la présente recherche, nous avons cherché à étudier la présence de ces concepts mathématiques dans les études de piano et leur rôle dans la construction et l'évolution de la forme de ces œuvres. Étant donnée l'extension et la complexité des œuvres, nous nous arrêterons à un exemple significatif pour chacune. Nous sommes partis des recherches existantes, mais aussi des écrits et des interviews du compositeur. Nous les avons associés à notre propre analyse dans une approche interdisciplinaire.

2. Croquis analytiques

2.1. Ordre et désordre - chaos organisé

Désordre, la première étude, est située sur la ligne *Poème symphonique - Continuum - Monument*. Tout se développe sur un réseau des pulsations isochrones - blocs initiaux de 8 croches groupés de manière asymétrique 3 + 5. Pas à pas, ces blocs se compressent et se produisent l'écart. Le rythme et la mélodie sont le résultat de l'intersection des plans rythmiques et mélodiques individuels. Ceux-ci sont généralement attachés à la première croche de chaque groupe. Progressivement, les mélodies (m.d. et m.g.) se déplacent vers les registres

extrêmes par des transpositions indépendantes successives, pour se retrouver au finale dans le registre aigu extrême. (Figure 1)

Molto vivace, vigoroso, molto ritmico, $\text{♩} = 63$

Fig.1. *Étude no. 1 - Désordre – évolution rythmique, page 1*

La nouveauté face aux œuvres précédents consiste dans le fait que le processus de compression des groupes des croches produit une désynchronisation (voir la sensibilité aux variations des conditions initiales dans la théorie du chaos). Ceci peut être vu dans le tableau d'évolution rythmique ci-dessous. (Figure 2)



Fig. 2. *Étude no. 1 - Désordre – évolution rythmique, page 1*

La relation de récurrence imposée par la même théorie du chaos est métaphoriquement assimilée aux variations transposées des mélodies.

La clé de cette étude réside dans les mots du compositeur: „Dans «Désordre», j'applique le même principe aux déplacements d'accent, qui engendrent des déformations de modèles illusoires: le pianiste joue sur un rythme régulier, mais la distribution irrégulière des accents crée des configurations apparemment chaotique.” (Ligeti 2013, 289)

2.2. La courbe de Koch et la polyphonie

Helge von Koch est l'un des précurseurs de la géométrie fractale, il est connu par la courbe, respectivement le "flocon" qui porte son nom. Les deux ont été décrits au début du 20ème siècle. Le tiers médian du segment (ou le côté d'un triangle équilatéral) est remplacé par deux autres segments placés à un angle de 60° et

égaux au segment éliminé. Le processus est itératif. Rolf Bader a construit la représentation graphique de la série avec tous les intervalles en fonction du modèle de la courbe de Koch: si- re- mi b - sol- do- fa \sharp - mi- re b - la b - si b - la- fa. Les images sont présentées ci-dessous. (Figure 3)

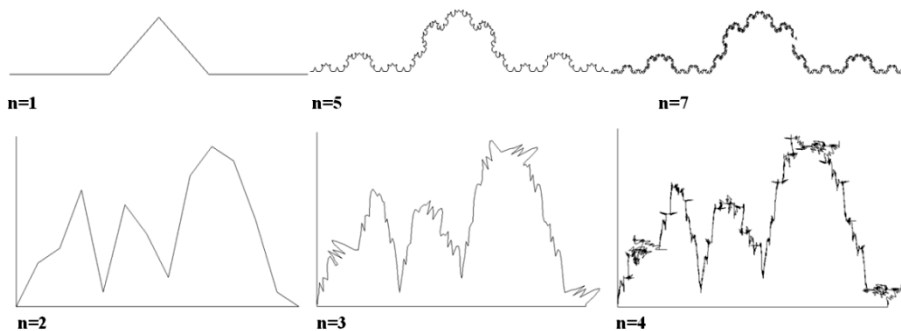


Fig. 3. *Itérations de la courbe de Koch (en haut), itérations de la série avec tous les intervalles (en bas)*

Une possible application de la fractale de Koch est celle qui modélise des œuvres polyphoniques, à commencer par celles de Jean-Sébastien Bach. Ainsi, la superposition d'un motif avec ses différentes diminutions respecte le critère d'autosimilarité des fractales. Julie Scrivener en donne un exemple éloquent. (Figure 4). Nous voyons le motif générateur avec de longues durées sur lesquelles sont placées deux diminutions à des échelles différentes.

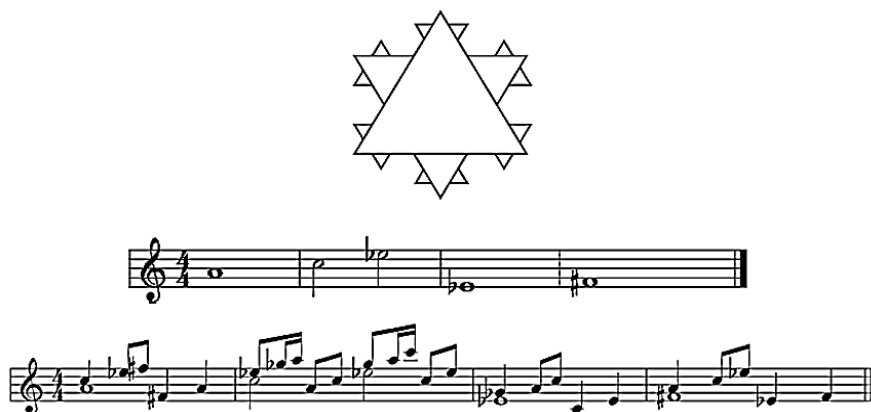


Fig. 4. *Le flocon de Koch, le motif générateur et sa superposition avec deux itérations*

De la même manière, on peut interpréter la polyphonie des motifs de lamento dans la sixième étude - Automne à Varsovie. Ligeti crée des espaces polyrythmiques de densités différentes. On obtient trois moments de tension maximum en chevauchant cinq plans sonores dans les mesures 46-50, 102-104 et 108-111. Voici un exemple: partition et représentation graphique des mesures 47-48. (Figure 5)

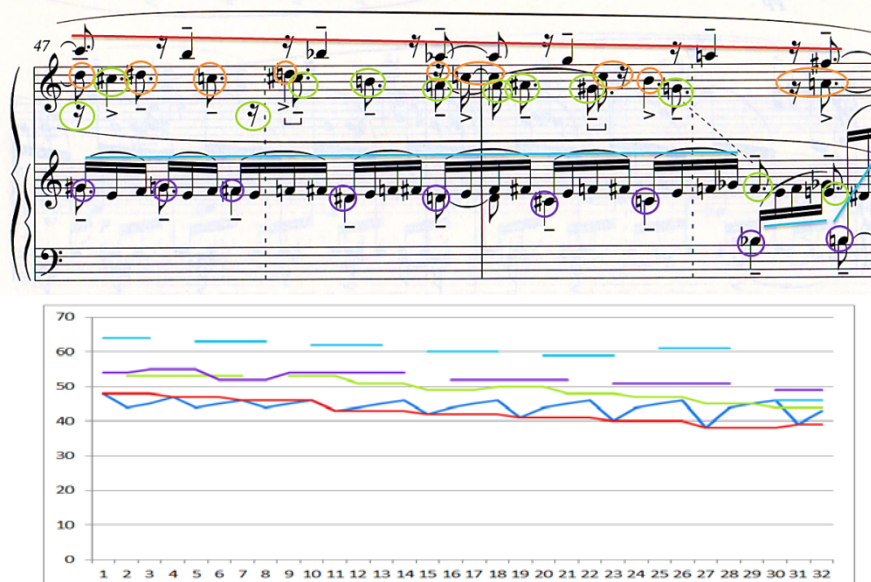


Fig. 5. *Etude no. 6 – Automne à Varsovie - polyrythmie en cinq couches, m. 47-48*
partition et graphique

Contrairement à *Désordre*, dont la forme est le résultat évident de la croissance fractale, il n'y a pas de fluidité évidente dans *l'Automne à Varsovie* au niveau de la forme. Cependant, elle est présente dans l'organisation des sections.

2.3. La fonction de Cantor - L'escalier du diable

La 13ème étude, *L'escalier du diable*, a également suscité l'intérêt de musiciens, mathématiciens et musicologues. Il y a des recherches qui corrént l'aspect mathématique avec l'aspect compositionnel, menées par Sophie Théron (*When Music meets Mathematics and Fine Arts: The case of L'escalier du diable by György Ligeti – 2012*), Nathalie Hérold et Pierre Michel (*La conception des formes musicales chez Ligeti: le rôle de la géométrie fractale et d'autres théories scientifiques – 2014*) et Gabriel Pareyon (*On musical Self-Similarity – 2011*).

Cette étude frappe en se référant directement à la fonction mathématique, qui est celle qui modélise la forme. Ligeti travaille avec le total chromatique dans de grandes séquences ascendantes qui attrapent progressivement le clavier entier. La densité sonore augmente constamment d'un plan sonore à 14 et même à 15 sons simultanés dans la mesure 34. Les plans sonores se différencient par 11 modes d'attaque, 13 indications dynamiques - de *pppp* à *fffff* et 6 modes de transition. À celles-ci s'ajoutent diverses pédales qui déterminent la richesse en timbre de l'étude.

Comme dans le graphique (fig. 6), il alterne des zones ascendantes avec des zones de discontinuité (des plateaux). La fin du segment ascendant est annoncée par des notes répétées ou par des longs accords en nuances croissantes suivis tout à coup de chutes aux petites nuances du début d'un nouveau segment. (Figure 7)

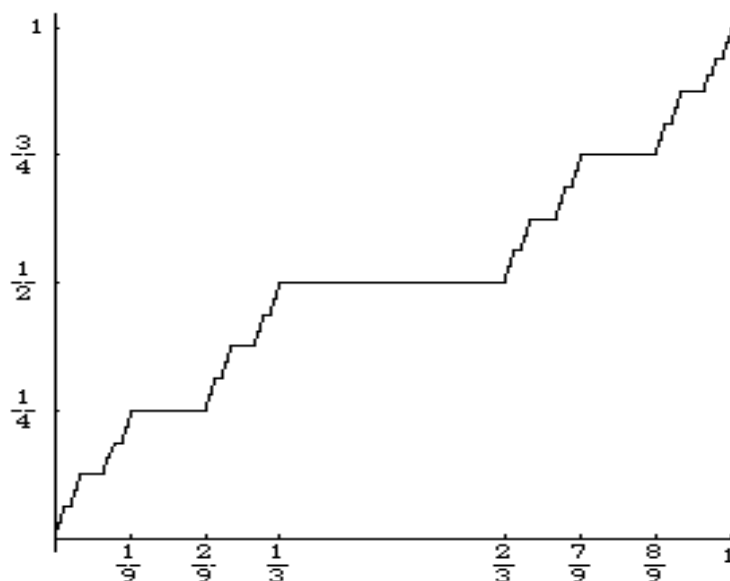


Fig. 6. La fonction de Cantor - L'escalier du diable

La fonction de Cantor est l'une des sources d'inspiration pour cette étude. Ligeti appelle également à la polyrythmie africaine - Banda Linda. *L'escalier du diable* est une représentation musicale du supplice perpétuel de Sisyphe, le pianiste est soumis à la même torture.

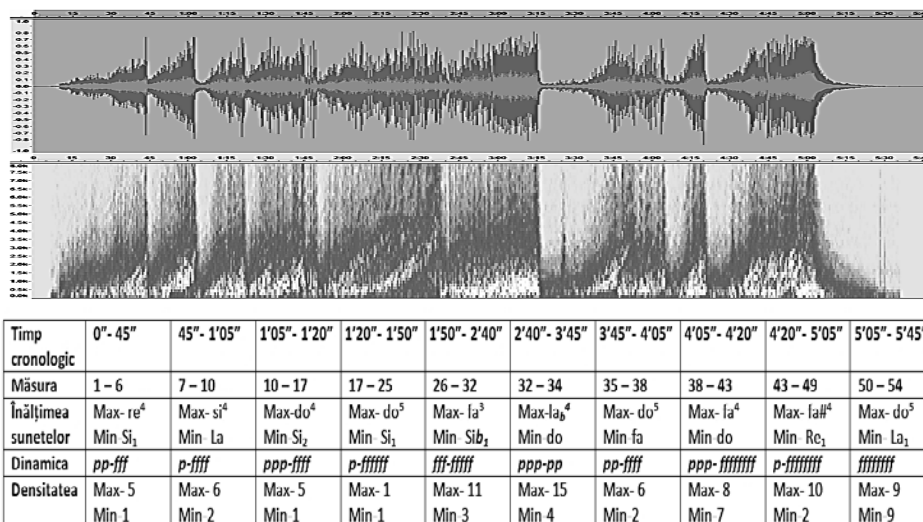


Fig. 7. Étude no. 13 - L'escalier du diable, sonogramme, spectre sonore et les paramètres par segment

2.4. Gaston Julia et la fractale de Ligeti

Selon Heinz-Otto Peitgen, l'image de l'ensemble de Julia est celle qui a déclenché la passion de Ligeti pour les fractales. C'est pourquoi Peitgen appelle cette image la fractale de Ligeti (Figure 8). Le compositeur Fred Popovici se réfère au même ensemble comme exemple choisi pour les applications de fractales en composition, faisant référence à *l'Atmosphères* de György Ligeti. Il a déclaré: "... nous rencontrons un très grand nombre de micro-événements légèrement différents les uns des autres, qui se chevauchent dans des combinaisons compliquées et irrégulières. Cette micropolyphonie envoie aux micro-événements qui se produisent dans la fractale de Julia. Les structures qui forment cette fractale sont composées de microformes créées par autosimilarité, comparables aux structures auto-similaires des partitions de Ligeti." (Popovici 2013, 82-84)⁴

⁴ „...nous rencontrons un très grand nombre de micro-événements, légèrement différents les uns des autres, qui se chevauchent dans des combinaisons compliquées et irrégulières. Cette micropolyphonie envoie aux micro-événements qui se produisent dans la fractale de Julia. Les structures qui composent cette fractale sont composées de microformes faites par auto-similarité, comparables aux structures auto-similaires des scores de Ligeti.

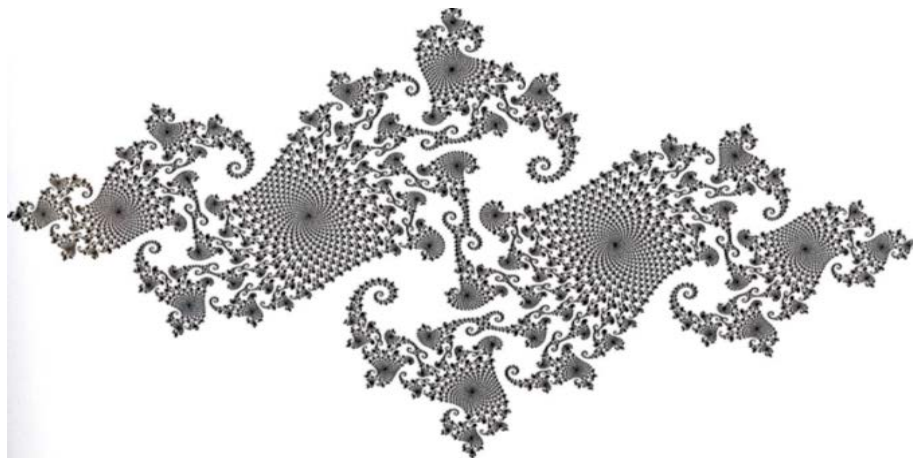


Fig. 8. *La fractale Ligeti*

Constantin Floros raconte une visite à Hambourg, où se trouvait le compositeur, et au cours de laquelle Ligeti lui a parlé de l'étude qui vient finir le deuxième livre, affirmant qu'il s'agissait „d'une pièce «tonale» basée sur la note Do”⁵ (Floros 2014, 175) [trad. n.]. Et il continue: „Quand j'ai eu l'occasion de voir la composition terminée un peu plus tard, j'ai réalisé que la remarque était une exagération ironique.”⁶ (Floros 2014, 175) [trad. n.]. Floros souligne que, malgré l'insistance avec laquelle le Do est imposé, à la fois au début et à la fin de la pièce, „étant donné la grande complexité de l'étude, les concepts traditionnels tels que la tonalité et l'atonalité sont complètement condamnées”⁷ (Floros 2014, 175) [trad. n.].

Columna infinită (La colonne sans fin), l'étude avec le numéro 14, est pour Gabriel Pareyon un exemple de translation intersémiotique de la sculpture de Constantin Brâncuși. En analysant l'œuvre, nous découvrons facilement cette translation. À un premier niveau (plan), il est réalisé par des micro-événements, chaque main utilisant deux motifs divergents de deux ou trois croches à partir du même son (Figure 9). La succession polyrythmique ainsi construite à un mouvement ascendant.

⁵ „a “tonal” piece based on the note c”

⁶ „When I got to see the finished composition a while later, I realized that that remark had been an ironic exaggeration.”

⁷ „In view of the etude's complexity, however, traditional concepts like both tonality and atonality are bound to fail altogether.”

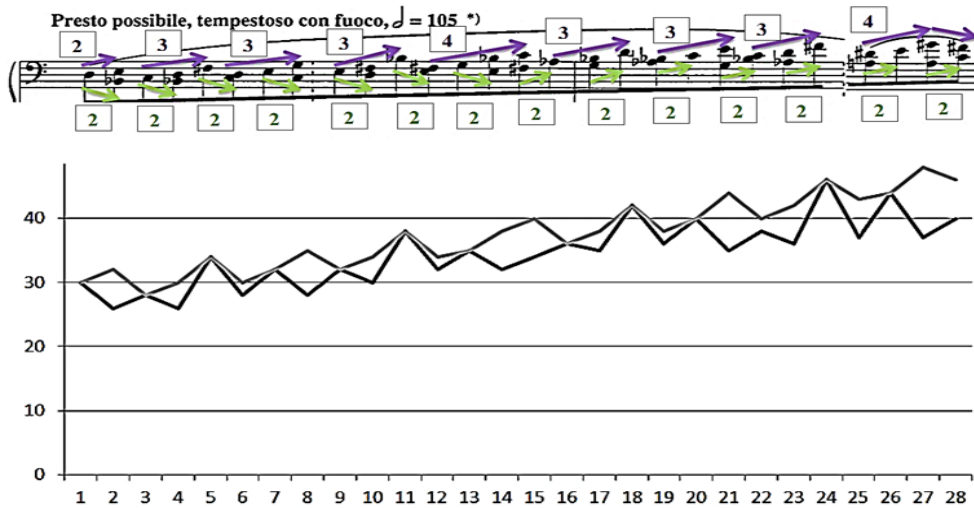


Fig. 9. Étude no. 14, "Columna infinită" – exemple d'organisation interne, main droite - m. 1-2

Le comportement fractal se retrouve également au niveau macro (tridimensionnel) de l'étude. Les deux rangées du début l'étude commencent à monter en spirale, chaque main attaquant une nouvelle ascension du registre grave au registre aigu, comme le montre le graphique ci-dessous. (Figure 10)

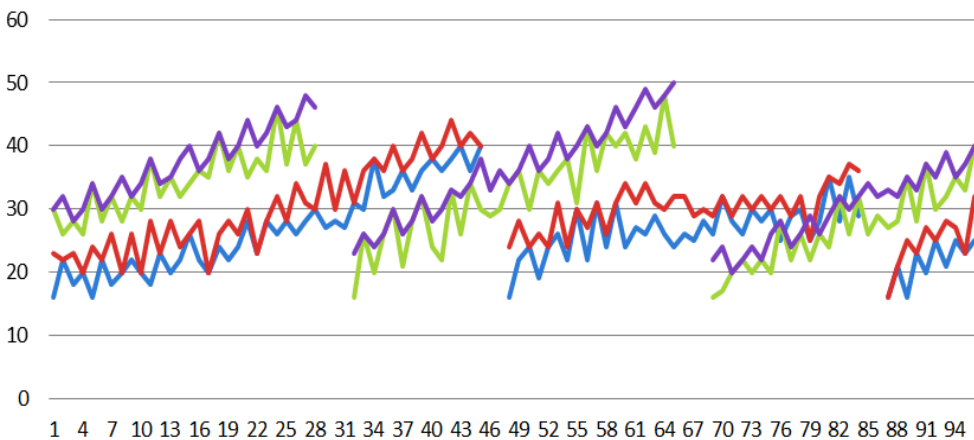


Fig. 10. Étude no. 14, "Columna infinită" – évolution m. 1-6

Dans le cas de cette étude, Ligeti ne fait aucune référence explicite à une fractale particulière. La pensée fractale est subsidiaire, c'est l'instrument avec lequel le compositeur travaille pour donner à l'œuvre une densité monumentale et sculpturale. La fin laisse l'impression de passer dans une autre dimension, le dernier son (do⁵) est la limite de gravité, le mouvement continu en hauteur, s'éloignant à l'infini.

2.5. Attracteurs étrange et polycentrisme

Si dans le premier cahier uniquement dans *Désordre*, nous trouvons un partage du matériau sonore entre les deux mains (la main droite - heptacorde diatonique, la main gauche – gamme pentatonique sur les touches noires), dans le second cahier, pour les deux mains sont utilisés des matériaux sonores disjoints. Ainsi, *Der Zauberlehrling*, *En suspens* et *Entrelacs* utilisent le jeu de touches blanche / touches noires alternativement par sections. Le plus intéressant est, de ce point de vue, *Galamb borong*. Ligeti travaille (apparemment) avec deux gammes de tons complémentaires, comme on peut voir ci-dessous. (fig. 11)

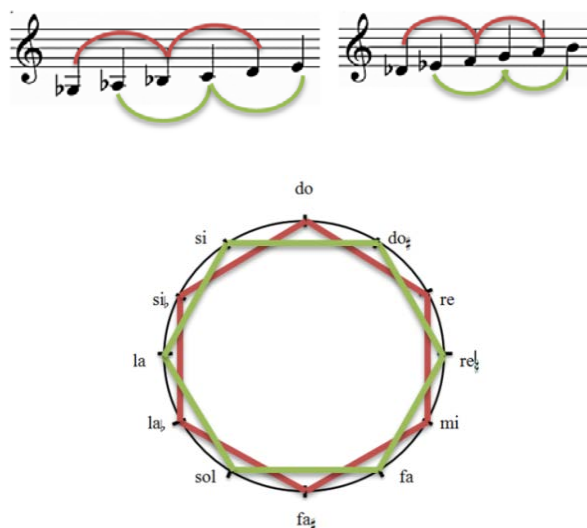


Fig. 11. Étude no. 7, *Galamb borong* – Les échelles musicales et leur représentation circulaire en Z12

Son explication est la suivante: „La musique, quant à elle, est composée dans un système de hauteurs «équidistant en biais». L'accord habituel du piano permet de réaliser une équidistancialité à douze sons et une à six sons mais pas à cinq (comme dans le *slendro javanaise*), car ses intervalles ne se trouvent pas dans l'accord

tempéré. Donc, j'ai imaginé une espèce de «monde sonore slendro» qui ne serait ni chromatique, ni diatonique, mais pas non plus fonde sur la gamme par tons: il est caché dans l'accord tempéré habituel du piano mais on ne l'avait jamais donné à entendre avant «Galamb borong». » (Ligeti 2013, 294)

L'existence simultanée de deux centres de gravitation sonore dans un contexte fractal nous conduit à l'hypothèse que ces centres fonctionnent comme des attracteurs. Je n'ai trouvé aucune référence à cet égard dans les écrits de Ligeti, mais aussi aucune infirmation. Notre hypothèse est basée sur le fait que Ligeti avait une capacité synesthésique et que l'association de la musique à des formes géométriques (y compris des fractales) pourrait conduire à cette association.

La découverte par Brian Lefresne d'un dessin sur la dernière page du manuscrit définitif de l'avant-dernière étude - *À bout de souffle* vient de soutenir ceux mentionnés ci-dessus. Le document est à la fondation "Paul Sacher" à Bâle. Nous reproduisons l'image représentant "le papillon de Lorenz" - la courbe formée en présence de deux attracteurs étranges. (fig. 12) Dans ce cas, se sont mi_b , respectivement la_b/la les sons sur lesquels le compositeur insiste de manière obsessionnelle.

14

dédiée à Heitz Otto Pettgen
Étude 17: À bout de souffle
Commissioned by the BFC

Presto con bravura

ben forte
(sempre legato)

(sempre sim.)

(sempre sim.)

(sempre sim.)

(sempre sim.)

48 702

Fig. 12. Verso de la dernière page du manuscrit de l'étude no. 17 et partition premier page

Le dernier livre ne contient que quatre études. Ils continuent la manière de travail et la position esthétique de György Ligeti, apportant également des nouveautés. À Bâle, des notes prouvent l'existence de projets pour d'autres études et des recherches pour une nouvelle conception harmonique. Qui sait quoi d'autre il aurait créé?...

3. Conclusion

Il y a des similitudes avec la courbe de Koch, la fractale de Gaston Julia, la fonction de Cantor, mais aussi le papillon de Lorentz. La plupart des études montrent les propriétés d'autosimilarité des fractales, les configurations fractales apparaissent comme des éléments structurels ou générateurs de la forme intégrale.

L'utilisation intuitive de concepts mathématiques fait partie intégrante de la pensée compositionnelle de György Ligeti et constitue l'une des caractéristiques de l'unité stylistique de sa création.

References

- Floros, Constantin. 2014. *György Ligeti. Beyond Avant-garde and Postmodernisme*. Frankfurt am Main: Peter Lang GmbH.
- Ligeti, György. 1986. *Études pour piano-premier livre*. Mainz: Edition Schott Music.
- Ligeti, György. 1998. *Études pour piano-deuxième livre*. Mainz: Edition Schott Music,
- Ligeti, György. 2001. *Études pour piano-troisième livre- cahier I*. Mainz: Edition Schott Music.
- Ligeti, György. 2013. *L'atelier du compositeur. Écrits autobiographiques. Commentaires sur ses œuvres*. Genève: Éditions Contrechamps.
- Pareyon, Gabriel. 2011. „On Musical Self-Similarity. Intersemiosis as Synecdoche and Analogy.” Helsinki: *Acta Semiotica Fennica XXXIX*. Approaches to Musical Semiotics 13
- Popovici, Fred et Gheorghe M. Ștefan. 2013. *Sunet și complexitate. Strategii neliniare în compoziția muzicală*. [Son et complexité. Stratégies non linéaires en composition musicale]. București: Editura Universității Politehnice.
- Szűcs Blănaru, Amalia. 2018. *György Ligeti. O privire în universul sonor sau Matematici pe claviatură*. [Un regard dans l'univers sonore ou Math sur le clavier]. Cluj-Napoca: Editura MediaMusica.

- Lefresne, Brian. 2005. *Application of Chaos Theory and Fractal Geometry in the Music of György Ligeti*. <https://ruor.uottawa.ca/handle/10393/26952> (accessed 15.09.2019)
- Soria, Dorle J. 1987. „György Ligeti: Distinguished and unpredictable.” *Musical America*, vol. 107. <http://ronsen.org/monkminkpinkpunk/9/gl5.html> (accessed 17.04.2014)