

7. SUPRAFEȚE DE ROTAȚIE

7.1.GENERALITĂȚI

O suprafață oarecare de rotație este generată prin rotirea unei linii oarecare $(\Gamma)(\gamma, \gamma')$, dreaptă sau curbă, plană sau strâmbă, în jurul unei drepte $(\Omega)(\omega, \omega')$ numită axa suprafeței (fig.7.1).

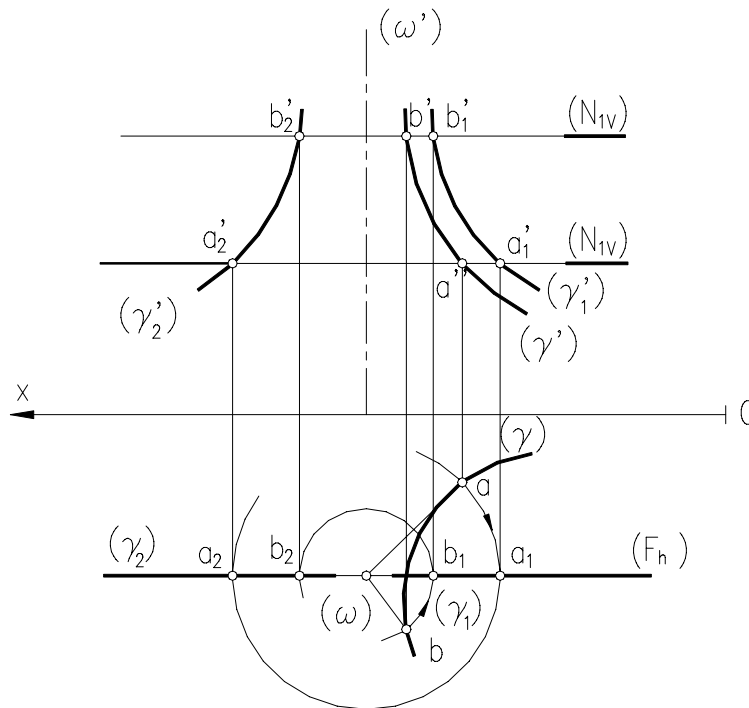


Fig.7.1

Orice plan care conține axa (Ω) taie suprafața de rotație după o curbă numită *meridian*.

Meridianul principal al suprafeței de rotație este meridianul conținut într-un plan de front ce trece prin axa de rotație; $(\gamma_1, \gamma_1') \wedge (\gamma_2, \gamma_2') \subset [F]$. Paralelul de rază maximă se numește *ecuator*.

Teoreme referitoare la suprafețele de rotație:

- Un plan tangent la o suprafață de rotație, într-un punct al acesteia, este perpendicular pe planul meridian ce trece prin acel punct;
- Planele tangente suprafeței în puncte ale aceluiași paralel intersectează axa în același punct;

- Normalele la suprafața de rotație în puncte ale aceluiași paralel intersectează axa în același punct;
- O suprafață de rotație poate fi înfășurată de conuri de rotație, tangente suprafeței după paraleli;
- O suprafață de rotație poate fi înfășurată de cilindri de rotație, tangenți suprafeței după meridiani;
- O suprafață de rotație poate fi înfășurată de sfere tangente suprafeței după paraleli.

O suprafață de rotație este definită în epură prin proiecțiile axei și ale meridianului său principal, sau ale curbei generatoare $(\Gamma)(\gamma, \gamma')$ (v. fig.7.1). Secțiunea cu un plan de front care conține axa determină conturul aparent vertical al suprafeței (proiecțiile verticale ale meridianilor principali).

Conturul aparent orizontal se poate obține numai dacă la meridianul principal se pot construi tangente verticale. Dacă acest meridian nu admite tangente verticale, atunci suprafața nu admite un contur aparent orizontal.

Suprafețele de rotație utilizate frecvent în alcătuirea formelor constructive sunt: sfera, torul, quadricele (elipsoidul, hiperboloidul) și suprafețele riglate (con, cilindru).

Sfera este suprafața de rotație generată prin rotația unui cerc (C) (sau semicerc) în jurul unui diametru (fig.7.2). Sfera poate fi definită și ca locul geometric al punctelor echidistante față de un punct fix O , numit centrul sferei. Rezultă că orice sferă este determinată dacă se cunosc coordonatele centrului și ale unui punct de pe suprafața acesteia (sau măsura razei).

Prin secționarea unei sfere S , de centru O , și rază $|OM|$, cu un plan oarecare $[S]$, rezultă curba (C_1) (fig.7.3); $S(O, |OM|) \cap [S] = (C_1)$.

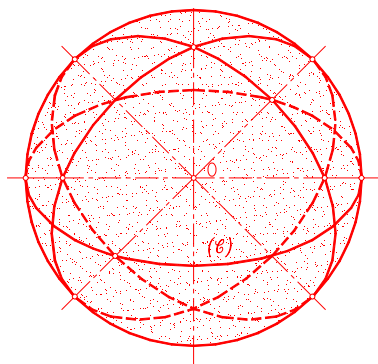


Fig.7.2

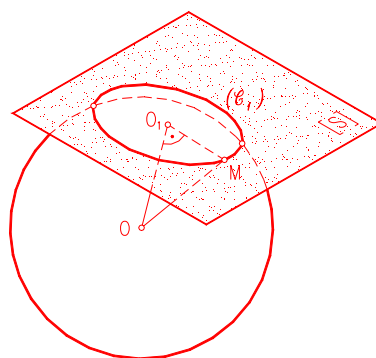


Fig.7.3

Un punct este situat pe o sferă dacă aparține unui meridian sau paralel al acesteia.

Orice plan tangent la o sferă este perpendicular pe rază, în punctul de tangență (fig.7.4).

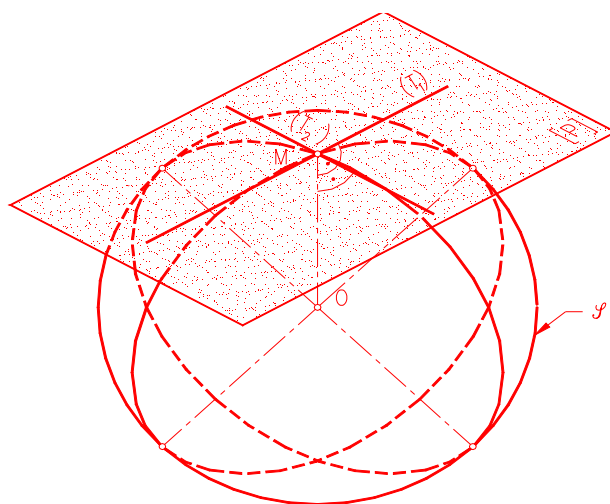


Fig.7.4

Orice secțiune plană prin sferă determină un cerc de secțiune; centrul cercului de secțiune este proiecția ortogonală a centrului sferei pe planul de secțiune (v.fig.7.3).

7.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

7.2.1. Secționarea unei sfere cu un plan proiectant.

Enunț:

Să se secționeze o sferă cu centrul în O_1 și raza R_1 cu un plan proiectant $[P](Px, M)$ (tabelul 7.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 7.5); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.7.5).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor O_1 , Px și M și raza R_1 (tabelul 7.5).

$O_1(45,30,30)$; $Px(10,0,0)$; $M(20,10, 0)$; $R_1=25mm$

$[P]$ -plan vertical

1.5. Se reprezintă proiecțiile sferei (fig.7.5).

1.6. Se reprezintă urmele planului vertical $[P]$.

1.7. Planul vertical $[P]$ secționează sfera după un cerc a cărui proiecție orizontală coincide cu urma orizontală (P_h) a planului de secțiune (deformare completă); centrul cercului de secțiune $O_2(o_2, o_2')$ se obține la intersecția normalei din centrul $O_1(o_1, o_1')$ al sferei pe planul secant vertical $[P]$. Proiecția verticală a cercului de secțiune este o elipsă având axa mică $/a'b'/$, situată pe proiecția verticală a unei orizontale ce trece prin O_2 .

1.8. Pentru determinarea axei mari a elipsei de secțiune (CD) se utilizează un plan auxiliar frontal $[F_2](Fh_2)$; proiecția verticală a ei $/c'd'/$. este situată pe proiecția verticală a unei drepte verticale ce trece prin O_2 . Deci $/ab/ = /c'd'/$.

1.9. Cercul de secțiune este tangent la ecuatorul sferei în punctele $E(e, e')$ și $F(f, f')$. Aceste puncte sunt comune planului de secțiune $[P]$ și planului frontal $[F_1](Fh_1)$ care conține centrul sferei.

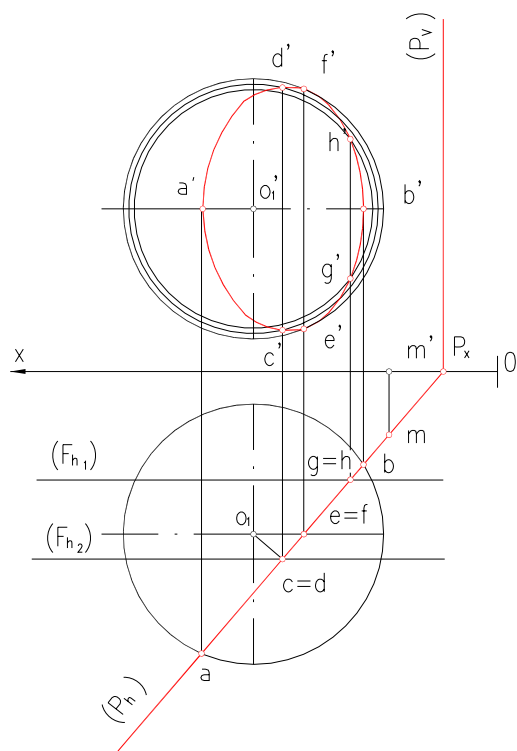
1.10. Pentru o determinare mai precisă a elipsei se mai utilizează un plan auxiliar frontal $[F_3](Fh_3)$ cu ajutorul căruia se determină punctele G și H . e sec

1.11. Se trasează elipsa reprezentând proiecția verticală a cercului rezultat din secționarea sferei cu un plan vertical(fig.7.5)

1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.7.5).

Tabelul 7.1

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O ₁	x	80	75	70	65	60	80	75	70	65	60
	y	60	55	50	45	40	55	50	45	40	35
	z	50	45	50	45	40	45	40	45	40	45
M	x	5	40	35	30	25	40	35	30	25	20
	y	35	30	25	20	15	35	30	25	20	15
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[P]	x _{Px} =15	[P] plan vertical									
R1=35mm											
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O ₁	x	60	80	75	70	65	60	80	75	70	65
	y	40	45	40	45	40	45	40	45	40	45
	z	40	55	50	45	40	35	60	55	50	45
M	x	25	40	35	30	25	20	45	40	35	30
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	15	35	30	25	20	15	35	30	25	20
[P]	x _{Px} =20	[P] plan de capat									
R1=30mm											
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
O ₁	x	75	70	65	60	80	75	70	65	60	45
	y	55	50	45	40	55	50	45	40	35	30
	z	45	50	45	40	45	40	45	40	45	30
M	x	40	35	30	25	40	35	30	25	20	20
	y	30	25	20	15	35	30	25	20	15	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[P]	x _{Px} =10	[P] plan vertical									
R1=25mm											


 $O_1(45,30,30)$
 $P_x(10,0,0)$
 $M(20,10,0)$
 $R_1=25 \text{ mm}$
 $[P]$ – plan vertical

Enunt: Sa se sectioneze o sfera cu centrul in O_1 si raza R_1 cu un plan proiectant $[P]$ (P_x, M).

Tema nr.
5.3.4

Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT

Denumirea plansei
Sectionarea unei sfere cu un plan proiectant.

Data:
03.10.2006

Numele si prenumele
Popescu Ion

Facultatea – sectia – grupa
IT – CA – 2156

Fig 7.5