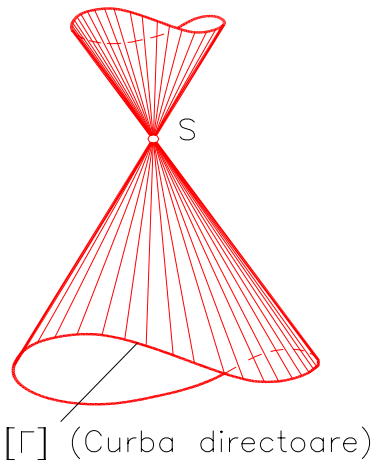


6.CONUL ȘI CILINDRUL

6.1.GENERALITĂȚI

Conul este corpul geometric mărginit de o suprafață conică și un plan; suprafața conică este generată prin rotația unei drepte mobile, numită **generatoare**, concurentă cu axa de rotație într-un punct fix S numit **vârf** și care se sprijină pe o curbă fixă (Γ) , numită **curbă directoare**(fig.6.1).



În funcție de curba directoare deosebim: con circular, eliptic, parabolic etc; frecvent utilizat este conul circular drept (fig.6.2) sau oblic (fig.6.3)

Fig. 6.1

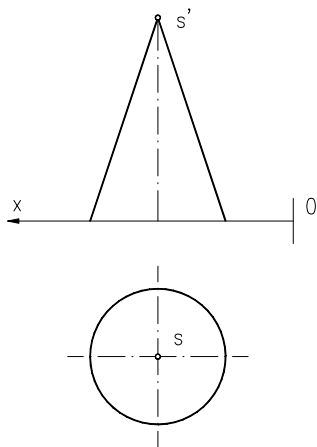


Fig. 6.2

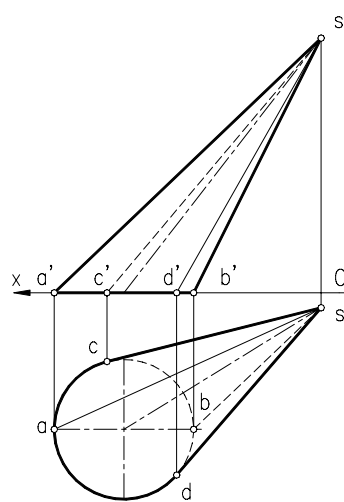
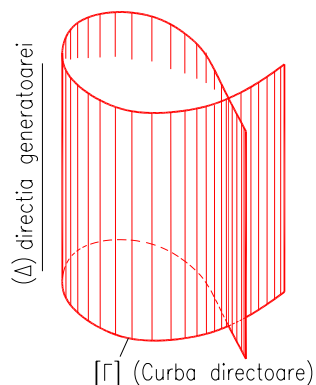


Fig. 6.3

Cilindrul este corpul geometric mărginit de o suprafață cilindrică și un plan; suprafața cilindrică este generată prin rotația unei drepte mobile, numită **generatoare**, paralelă cu axa de rotație și care se sprijină pe o curbă fixă (Γ), numită **curbă directoare**(fig.6.4).



În funcție de curba directoare deosebim: cilindru circular, eliptic etc; frecvent utilizat este cilindru circular drept (fig.6.5) sau oblic (fig.6.6).

Fig.6.4

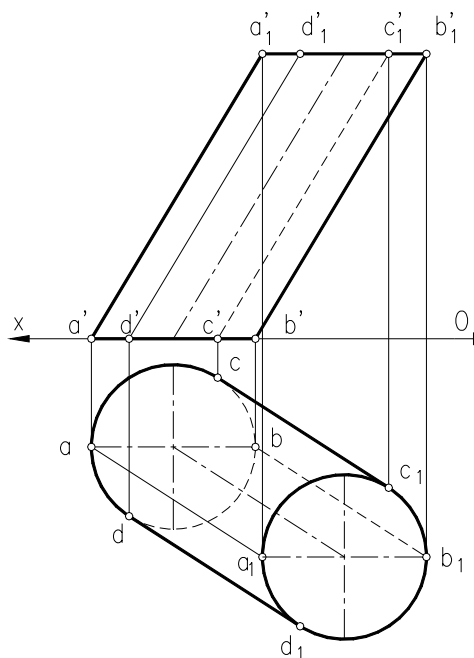


Fig.6.5

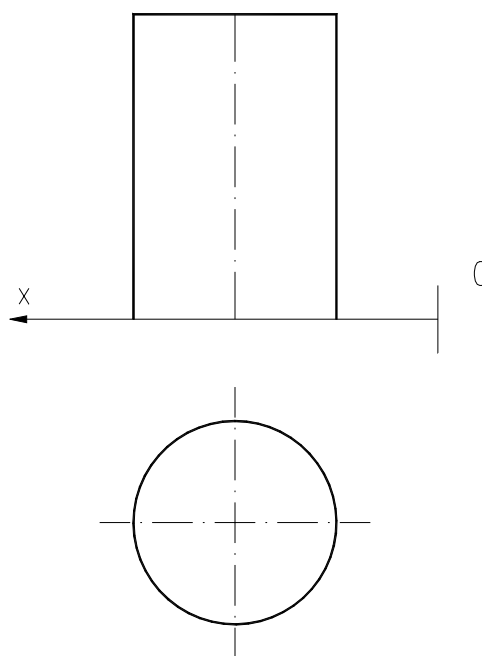


Fig.6.6

Conul și cilindrul se reprezintă în epură prin conturul lor aparent pe planele de proiecție care coincide cu proiecțiile generatoarelor de contur (fig.6.1-6.4).

Un punct este situat pe suprafața unui con sau cilindru dacă proiecțiile sale aparțin unei generatoare a acestuia.

Planul tangent la con (fig.6.7) sau cilindru (fig.6.8) conține întotdeauna o generatoare a acestora.

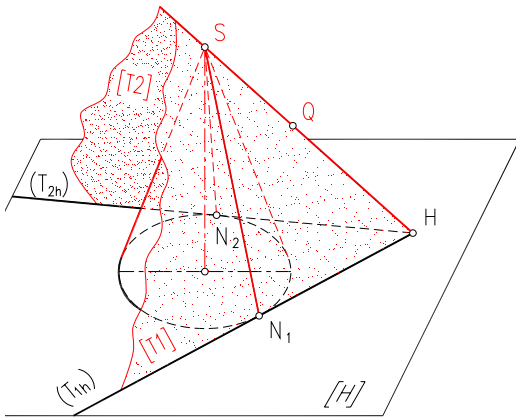


Fig.6.7

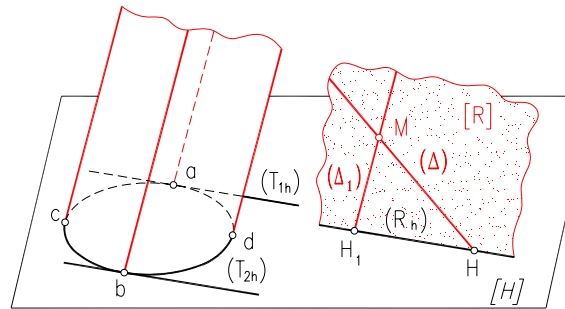


Fig.6.8

Secțiunile plane prin con și cilindru se pot asimila secțiunilor prin piramidă și prismă, care ar avea un număr infinit de muchii.

Desfășurarea conului (fig.6.9) și cilindului (6.10) se poate considera ca limita desfășurării unei piramide sau prisme cu număr infinit de fețe și cu unghiuri sau distanțe între fețele laterale, care tind spre zero.

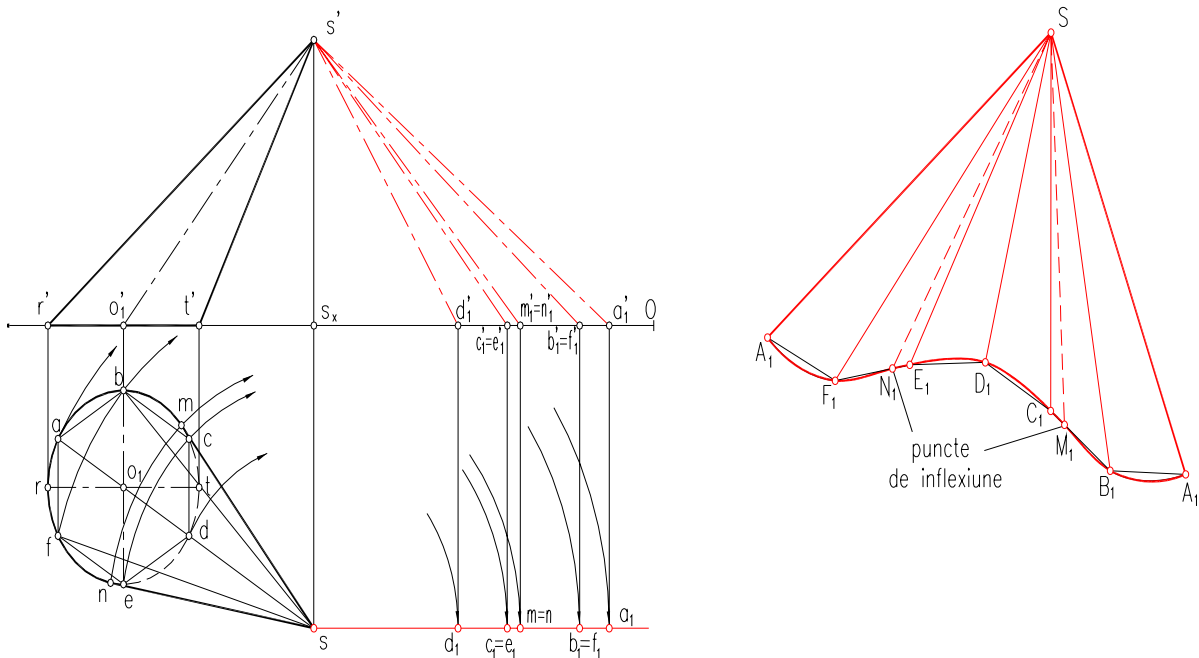


Fig.6.9

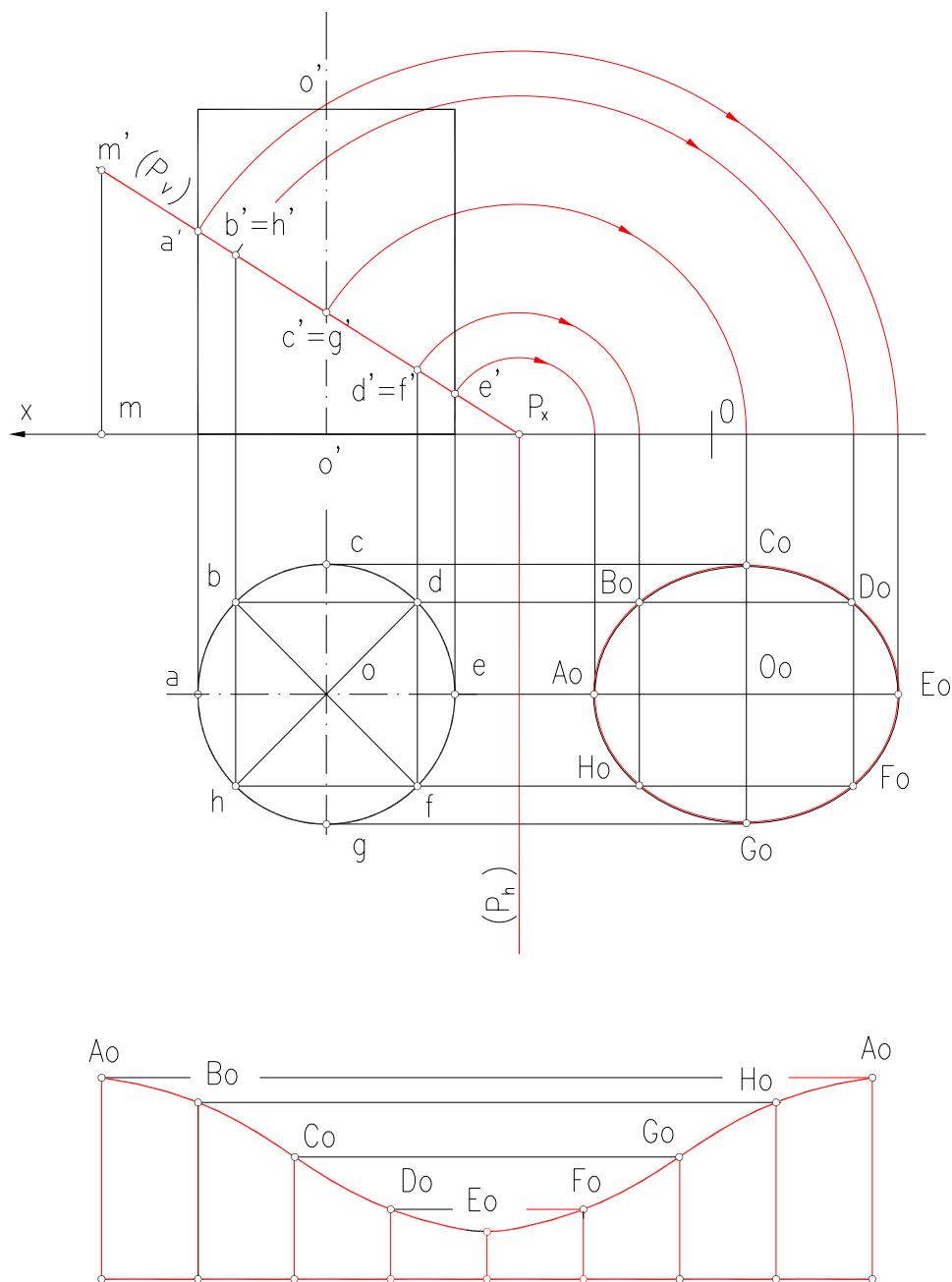


Fig.6.10

Punctele de intersecție dintre o dreaptă și un con sau cilindru se determină la intersecția dreptei cu conturul unei secțiunii prin con sau cilindru cu un plan care o conține dreapta (de preferință un plan pentru care secțiunea rezultată să fie cât mai precis determinată).

6.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

6.2.1 .Secționarea și desfășurarea unui con circular drept .

Enunț:

Să se secționeze un con circular drept cu baza într-un plan de proiecție un cerc cu centru în Ω și raza de 20 mm , cu un plan proiectant $[P]$ (Px, N) și să se desfășoare trunchiul de con rezultat. Înălțimea conului $/S\Omega/ = 50 \text{ mm}$ (tabelul 6.1)

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 6.11); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.6.11).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor Ω , Px și N (tabelul 6.1).

$\Omega(55,35,0)$; $Px(25,0,0)$; $N(100,0,50)$;

Cercul de bază $\in [H]$; $[P]$ -plan de capăt

1.5. Se reprezintă proiecțiile conului circular drept (fig.6.11).

1.6. Se reprezintă urmele planului de capăt $[P]$.

1.7. Se determină proiecțiile verticale ale elipsei de secțiune $[a', b', c', d', e', f', g', i']$ care vor fi situate la intersecția urmei verticale (Pv) a planului de capăt cu proiecțiile verticale ale generatoarelor conului ($/1's', /2's', /3's', /4's', /5's', /6's', /7's', /8's'$).

1.8. Se determină proiecțiile orizontale ale elipsei de secțiune $[a, b, c, d, e, f, g, i]$ trasând liniile de ordine până pe proiecțiile orizontale ale generatoarelor corespunzătoare.

1.9. Se va desfășura trunchiul de con cunoscându-se că desfășurata conului este un sector circular de rază egală cu generatoarea conului și având unghiul la centru $a = 360^\circ R/G$ (R - raza cercului de bază; G - generatoarea).

1.10. Pentru trasarea pe desfășurată a transformatei elipsei de secțiune generatoarele trunchiului de con se aduc în adevărată mărime pe generatoarea $/5'S'/$ de contur aparent vertical (generatoare de front) printr-o rotație de nivel, efectuată în jurul axei conului, generatoarele trunchiului de con. ; prin arce de cerc cu centrul în s' aceste generatoare sunt transpuse pe transformatele generatoarelor corespunzătoare.

Unind punctele astfel obținute, se obține transformata elipsei de secțiune.

1.11. Punctele de inflexiune ale transformatei elipsei de secțiune sunt punctele de pe suprafața conului, pentru care planele tangente la con sunt perpendiculare pe planul secant $[P]$ (teorema *Olivier*). Pentru determinarea acestor puncte, prin vârful S se construiește perpendiculara (SQ) pe planul $[P]$ și urma orizontală $H(h, h')$ a acestei perpendiculare.

Urmele horizontale ale planelor tangente la con, perpendiculare pe planul $[P]$, sunt tangentele la cercul de bază construite prin h . Punctele de inflexiune căutate sunt $M(m, m')$ și $M_1(m_p, m_1')$ în care generatoarele de tangență (ST) și (ST_1) intersectează planul $[P]$.

1.12. Se trasează desfășurata trunchiului de con circular drept pornind din s' (fig.6.11).

1.13. Se completează indicatorul conform modelului (fig.6.11).

Tabelul 6.1

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ω	x	55	50	45	55	50	45	40	35	40	40
	y	40	35	30	25	40	40	35	30	25	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	95	90	85	80	75	5	10	15	20	25
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	40	40	35	35	50	45	40	40	45
[P]Plan de capăt		$x_{Px}=25\text{mm}$					$x_{Px}=95\text{mm}$				
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Ω	x	55	50	45	40	35	130	125	120	115	110
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	35	30	35	40	40	35	30	35	40
M	x	5	10	15	20	25	150	145	140	135	130
	y	55	50	50	45	40	170	165	160	155	150
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[P] Plan vertical		$x_{Px}=85\text{mm}$					$x_{Px}=70\text{mm}$				
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Ω	x	45	40	35	40	40	50	45	55	50	55
	y	40	35	30	25	40	35	30	25	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	5	10	15	20	25	90	85	80	75	100
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	50	45	40	40	45	40	40	35	35	50
[P]Plan de capăt		$x_{Px}=100\text{mm}$					$x_{Px}=20\text{mm}$				

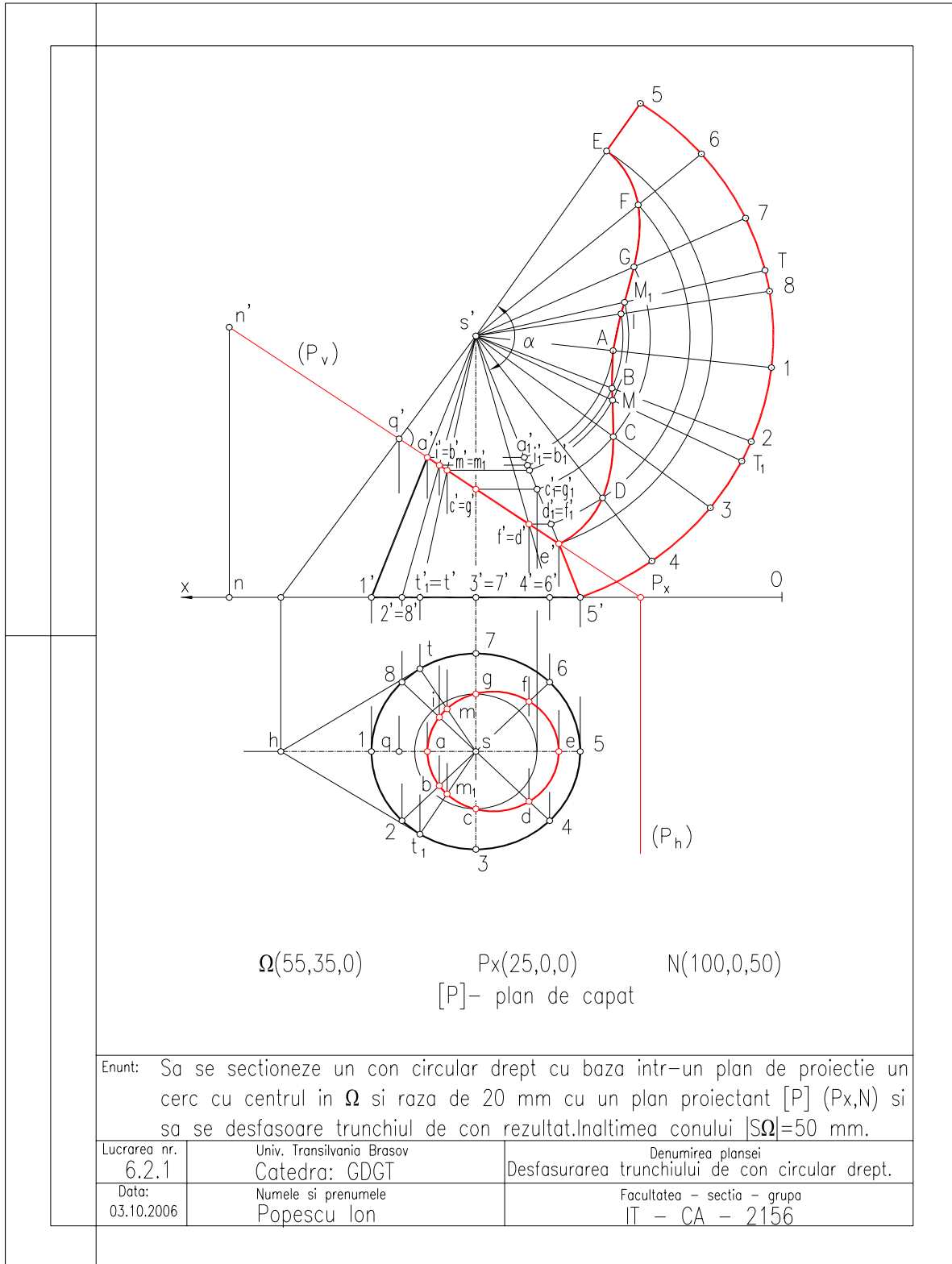


Fig.6.11

6.3. TEME

6.3.1 .Secționarea și desfășurarea unui cilindru oblic

Enunț:

Să se secționeze un cilindru circular oblic cu baza un cerc într-un plan de proiecție, centrul Ω , raza = 15mm și generatoarea dreapta (AA_1) cu un plan de proiectant $[P]$ (Px) perpendicular pe ea (tabelul 6.2).

Indicații:

1.1 Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 6.12); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2 Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.6.12).

1.3 Se completează enunțul problemei.

1.4 Se scriu coordonatele punctelor Ω , A , A_1 , și Px (tabelul 6.2).

$\Omega(80,20,0)$; $A(95,20,0)$; $A_1(45,20,40)$; $Px(40,0,0)$.

Baza cilindrului $\in [H]$

(AA_1) –dreaptă frontală

Planul $[P]$ -plan de capăt

1.5 Se reprezintă proiecțiile cilindrului circular oblic (fig.6.12).

1.6 Se reprezintă urmele planului de capăt $[P]$.

1.7 Se determină proiecțiile verticale ale elipsei de secțiune $[1', 2', 3', 4', 5', 6', 7', 8']$ care vor fi situate la intersecția urmei verticale (Pv) a planului de capăt cu proiecțiile verticale ale generatoarelor cilindrului ($/a'1'/, /b'2'/, \dots$).

1.8 Se determină proiecțiile orizontale ale elipsei de secțiune $[1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8]$ trasând liniile de ordine până pe proiecțiile orizontale ale generatoarelor corespunzătoare.

1.9 Se va desfășura cilindru circular oblic cunoscându-se că :

-cercul de bază se găsește în planul $[H]$ în adevărata mărime,

-generatoarele fiind drepte frontale, sunt reprezentate în adevărata mărime pe planul $[V]$.

1.10 Pentru determinarea distanțelor dintre generatoare s-a secționat cilindrul cu planul $[P]$ perpendicular pe generatoare. Prin rabaterea planului $[P]$ pe planul $[V]$ de proiecție, se obține, în adevărata mărime, elipsa de secțiune $[1o, 2o, 3o, 4o, 5o, 6o, 7o, 8o]$

1.11 Trasformată prin desfășurare a acestei elipse este un segment de dreaptă $/1o 1o/$ de lungime egală cu lungimea elipsei (fig. 6.12). La construcția transformatei elipsei, arcele de elipsă sunt approximate prin coardele ce le corespund .

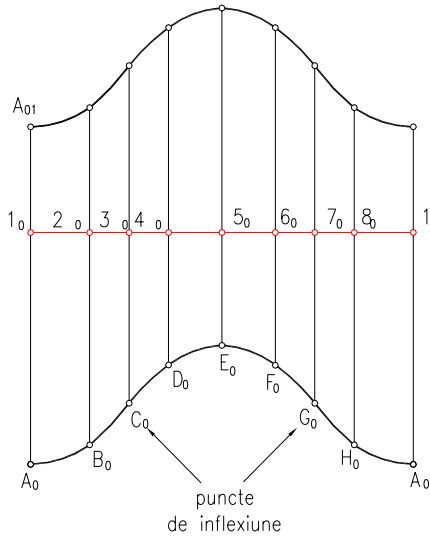
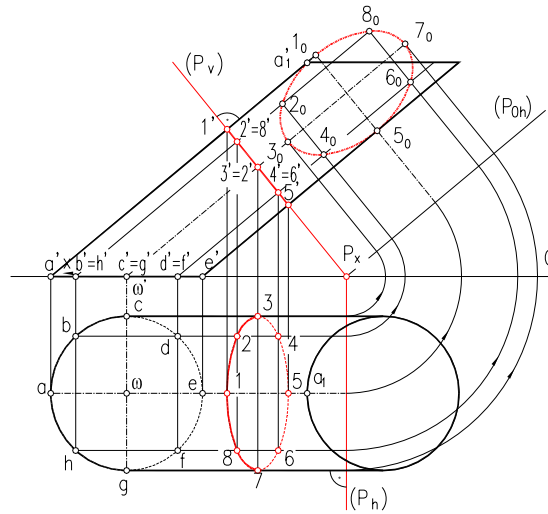
1.12 Transformatele generatoarelor cilindrului sunt perpendiculare pe transformata elipsei secțiunii drepte. Se construiesc apoi în desfășurată adevăratele mărimi ale generatoarelor cilindrului știind că $/Ao1o/ = /a'1'/, \dots /Ho8o/ = /h'8'/$
Analog se determină și punctele corespunzătoare bazei superioare a cilindrului.

1.13. Se trasează desfășurata cilindrului circular oblic (fig.6.12)

1.14. Se completează indicatorul conform modelului (fig.6.12).

Tabelul6.2

Varianta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punctul											
Ω	x	100	95	90	85	80	100	95	90	85	80
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	115	110	105	100	95	115	110	105	100	95
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A ₁	x	65	60	55	50	45	65	60	55	50	45
	y	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
	z	50	50	50	50	50	45	45	45	45	45
[P]	x _{Px} =40	Plan de capăt									
Varianta		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Punctul											
Ω	x	100	95	90	85	80	100	95	90	85	80
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	40	35	30	25	45	40	35	30	25
A	x	85	80	75	70	65	80	75	70	65	60
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	40	35	30	25	45	40	35	30	25
A ₁	x	40	35	30	25	20	45	40	35	30	25
	y	45	50	45	40	50	45	50	45	40	50
	z	45	40	35	30	25	45	40	35	30	25
[P]	x _{Px} =40	Plan vertical									
Varianta		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Punctul											
Ω	x	100	95	90	85	80	100	95	90	85	80
	y	20	25	30	35	40	40	35	30	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	115	110	105	100	95	120	125	110	105	95
	y	20	25	30	35	40	40	35	30	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A ₁	x	160	155	150	145	140	155	150	145	140	45
	y	20	25	30	35	40	40	35	30	25	20
	z	50	45	40	50	45	40	50	45	40	40
[P]	x _{Px} =40	Plan de capăt									



$\Omega(80,20,0)$
 $A(95,20,0)$

$P_x(40,0,0)$
 $A_1(45,20,40)$

(AA_1) -dreapta frontala
 $[P]$ - plan de capat

Enunt: Sa se sectioneze un cilindru circular oblic cu baza intr-un plan de proiectie,un cerc cu centrul Ω , raza=15mm si generatoarea dreapta (AA_1) cu un plan proiectant $[P]$ (P_x) perpendicular pe ea.

Tema nr. 6.3.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unui cilindru oblic.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.6.12