

5.POLIEDRE

5.1.GENERALITĂȚI

Poliedrele sunt corpuri geometrice mărginite de fețe poligonale plane. Intersecția a două fețe determină o ***muchie*** a poliedrului, iar intersecția a cel puțin trei fețe determină un ***vârf*** al poliedrului.

Poliedrele pot fi ***regulate*** sau ***neregulate*** în funcție de poligoanele de care sunt mărginite.

Poliedrele ***regulate*** au toate fețele poligoane regulate egale și unghiurile diedre egale între ele. Acestea sunt:

- ***tetraedrul*** (fig.5.1 a)
- ***hexaedrul sau cubul*** (fig.5.1 b)
- ***octaedrul*** (fig.5.1 c)
- ***dodecaedrul*** (fig.5.1 d)
- ***icosaedrul*** (fig.5.1 e)

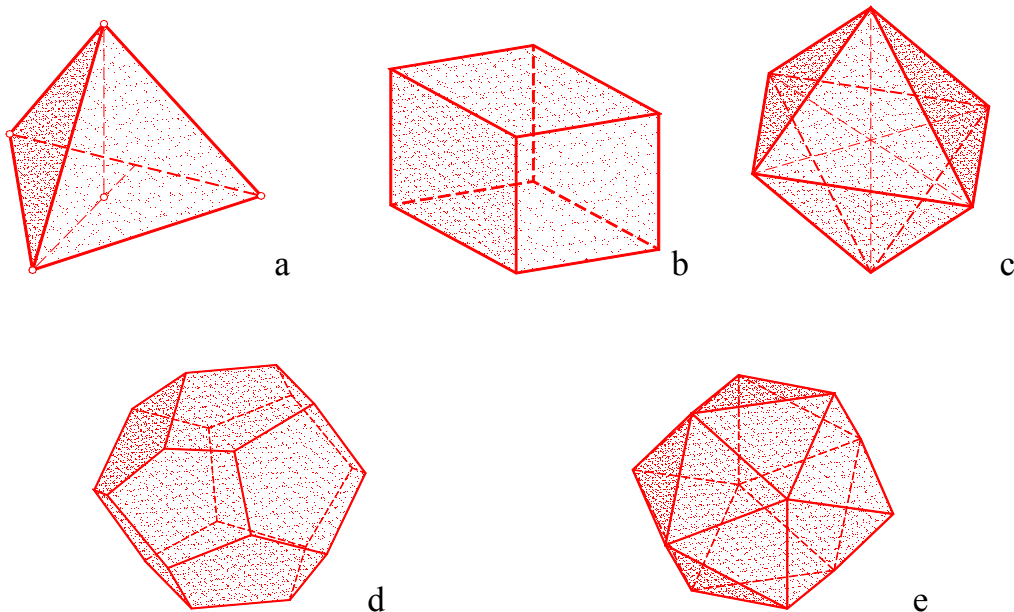


Fig.5.1

Poliedrele *neregulate* frecvent întâlnite sunt *prisma* și *piramida*.

Prisma este poliedrul ale cărui muchii sunt paralele și bazele sunt egale între ele și paralele. Dacă muchiile sunt perpendiculare pe planul bazei, prisma este dreaptă (fig.5.2) iar dacă sunt înclinate față de planul bazei, prisma este *oblică* (fig.5.3).

Fețele laterale ale prisme sunt patrulatere (paralelograme sau dreptunghiuri).

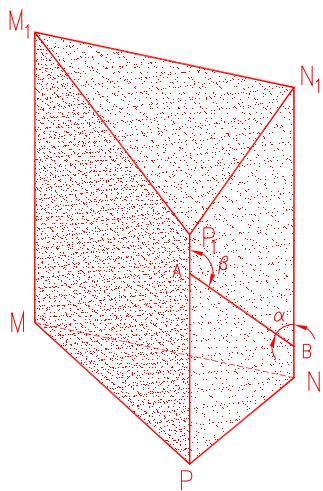


Fig.5.2

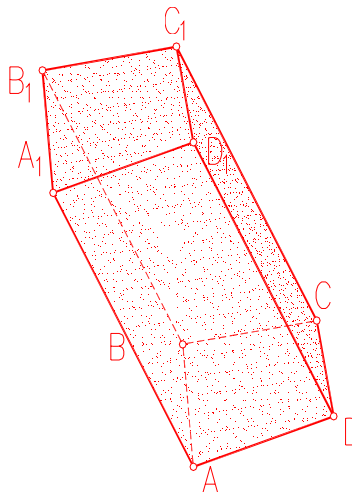


Fig.5.3

Piramida este poliedrul ale cărui muchii laterale sunt concurente într-un punct numit vârf, iar baza este un poligon.

Fețele laterale ale piramidei sunt triunghiuri. Dacă vârful piramidei se proiectează în centru bazei, piramida este *dreaptă* (fig.5.4); în caz contrar, este *oblică* (fig.5.5).

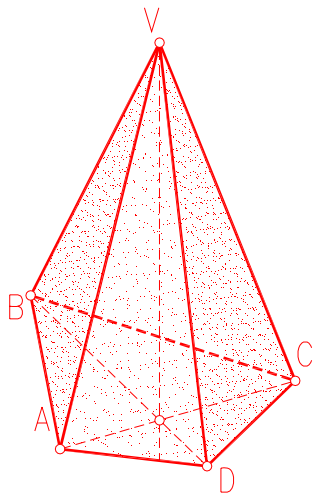


Fig.5.4

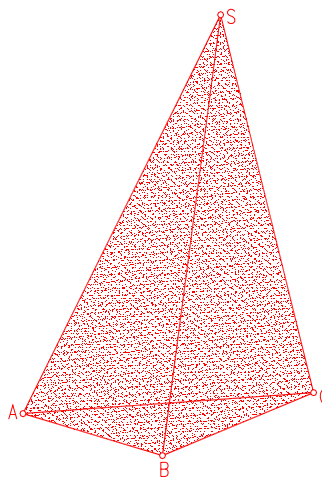


Fig.5.5

Un poliedru poate fi *convex*, dacă este situat de aceeași parte a planului oricăreia din fețe sau *concau*, dacă este intersectat de planele fețelor sale.

Poliedrele se reprezintă în epură prin proiecțiile vârfurilor și muchiilor.

Deoarece poliedrele sunt considerate corpuri opace muchiile vizibile se reprezintă cu linie groasă continuă iar cele acoperite se reprezintă cu linie întreruptă.

Vizibilitatea muchiilor în epură, se determină respectând următoarele reguli generale :

- conturul aparent este întotdeauna vizibil;
- muchie sau o față care conține un punct vizibil ce nu aparține conturului aparent, este vizibilă; astfel în fig.5.4, proiecțiile orizontale ale muchiilor $/AV/$, $/BV/$ și $/CV/$ sunt vizibile întrucât conțin proiecția orizontală v a vârfului V , vizibilă pe planul $[H]$ de proiecție;
- dacă proiecțiile a două muchii ce nu se intersectează în spațiu sunt concurente, atunci una din acestea este vizibilă și cealaltă nevizibilă (în fig.5.3, proiecția verticală a muchiei $/M_1R_1/$, respectiv a muchiei $/NN_1/$);
- dacă două fețe se intersectează după o muchie ce aparține conturului aparent, atunci una din fețe este vizibilă și cealaltă nevizibilă (fig.5.2, muchia $/m'm_1'/$ și fețele $[m'm_1'r_1'r']$ -vizibilă, respectiv $[m'm_1'n_1'n']$ - nevizibilă);
- dacă muchia nu aparține conturului aparent, atunci ambele fețe sunt vizibile (fig.5.2, muchia $/r'r_1'/$ și fețele $[m'm_1'r_1'r']$ și $[r'r_1'p_1'p']$) sau ambele nevizibile (fig. 5.2, muchia $/n'n_1'/$ și fețele $[m'm_1'n_1'n']$ și $[n'n_1'p_1'p']$);
- dacă un vârf ce nu aparține conturului aparent este vizibil, atunci toate muchiile care converg în acel vârf sunt vizibile (fig.5.3, vârful v' și muchiile $/a'b'/$, $/b'c'/$, $/b'b_1'/$), iar dacă acel vârf este nevizibil, atunci și muchiile care converg în el sunt, de asemenea, nevizibile (fig. 5.2), vârful r_1' și muchiile $/m_1'r_1'/$, $/r_1'p_1'/$, $/r_1'r'/$).

Un punct de pe suprafața unui poliedru aparține unei drepte de pe fața acestuia.

5.1.1. Secțiuni prin poliedre

Secționând un poliedru convex cu un plan se obține un poligon convex; laturile poligonului rezultă din intersecția planului de secțiune cu fețele poliedrului, iar vârfurile acestuia rezultă din intersecția planului de secțiune cu muchiile

poliedrului. Deci pentru determinarea secțiunii unui poliedru cu un plan se pot utiliza în general două metode:

1. -determinarea poligonului de secțiune prin vârfuri,
2. -determinarea poligonului de secțiune prin laturi.

Prin secționarea unui poliedru cu un plan proiectant, proiecția poligonului de secțiune rezultat, aparține urmei planului de secțiune pe care planul proiectant este perpendicular (fig.5.6 și fig. 5.7).

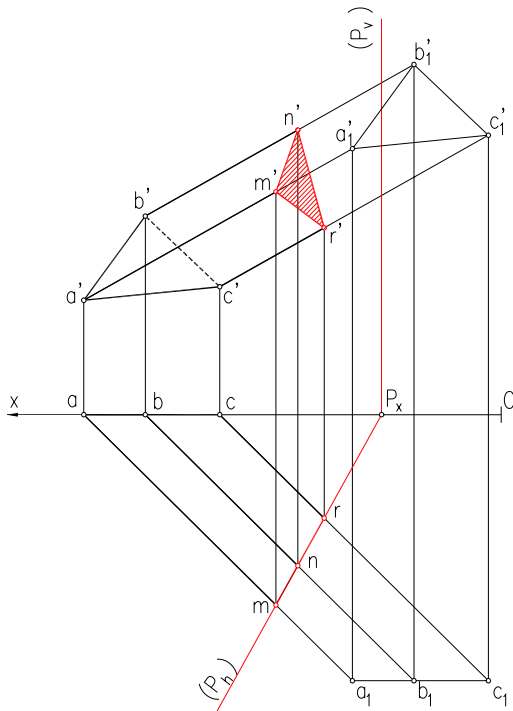


Fig.5.6

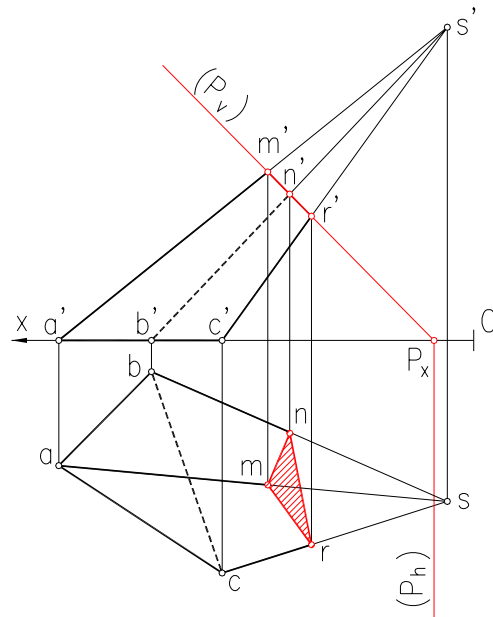


Fig.5.7

5.1.2. Desfășurarea poliedrelor

Prin desfășurarea unui poliedru toate fețele sale sunt aduse în același plan; figura plană poligonală obținută se numește **desfășurată** sau **transformată prin desfășurare**; Trasarea desfășuratei atât pentru prismă cât și pentru piramidă presupune cunoașterea adevăratei mărimi a bazelor poliedrelor desfășurate și a muchiiilor și fețelor laterale.

a. Desfășurarea unei prisme.

Fie trunchiul de prismă dreaptă $[MNPM_1N_1P_1]$ ale cărei muchii laterale sunt perpendiculare pe planul bazei (fig.5.8). Desfășurând prisma după muchia $/MM_1/$ și așezând fețele laterale în același plan, se obține un șir de poligoane ale căror laturi sunt muchiile prismei: $/MM_1/ \equiv /M_0M_{10}/$;

$$/NN_1/ \equiv /N_0N_{10}/; /PP_1/ \equiv /PP_{10}/; /MN/ \equiv /M_0N_0/; /NP/ \equiv /N_0P_0/; /PM/ \equiv /P_0M_0/.$$

Muchiile laterale fiind paralele între ele, rămân paralele și în desfășurată. Deoarece muchiile laterale sunt perpendiculare pe bază, transformata prin desfășurare a bazei este o linie dreaptă. Considerând că $/AB/ \subset [NN_1P_1P]$ și transformata $/A_0B_0/ \subset [N_0N_{10}P_{10}P_0]$ atunci $/AB/ = /A_0B_0/$, iar unghiurile pe care $/AB/$ le face cu muchiile laterale, α și β , se păstrează în desfășurată. Prin urmare, se poate concluziona:

- o secțiune normală printr-o prismă se transformă, prin desfășurare, într-o linie dreaptă;
- o dreaptă și transformata ei, prin desfășurare, taie muchiile prismei sub aceleași unghiuri;
- o linie pe suprafața unui poliedru are aceeași lungime cu transformata ei prin desfășurare

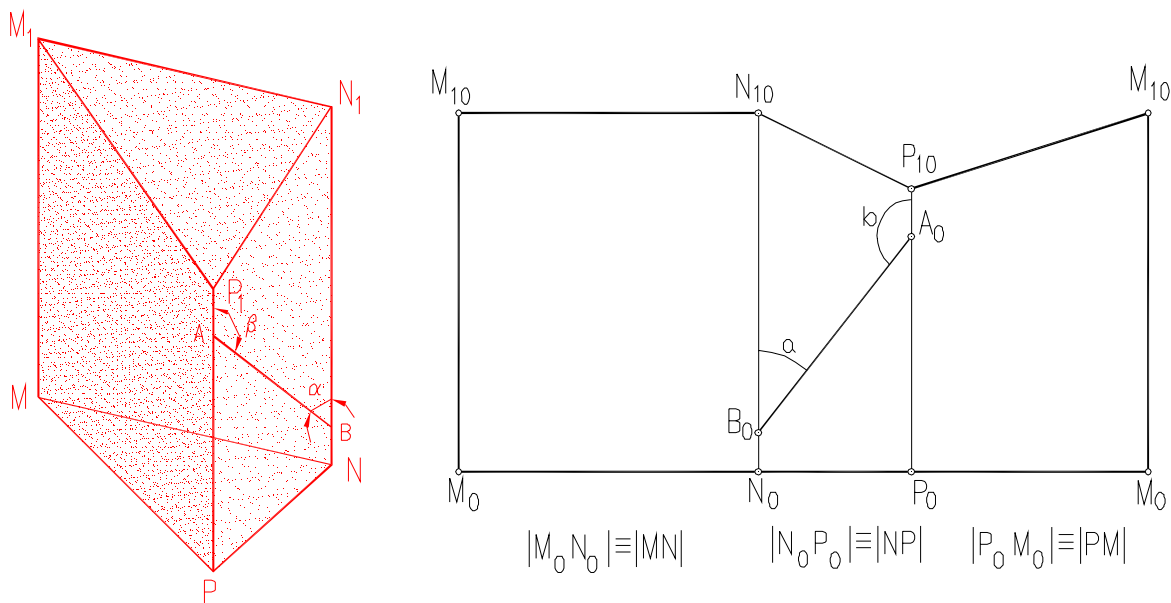


Fig.5.8

a. Desfășurarea unei piramide.

Fețele laterale ale unei piramide sunt triunghiuri. Pentru desfășurarea piramidei, este necesară și în cazul prisme cunoașterea adevăratelor mărimi ale bazei și muchiilor laterale. Adevărata mărime a bazei se determină prin metoda rabaterii, iar adevăratele mărimi ale muchiilor se obțin, de regulă, prin metoda rotației.

După modul de așezare al fețelor în desfășurată, piramida se poate desfășura *în evantai*, dacă fețele laterale sunt așezate în planul unuia dintre aceste fețe, sau *în stea*, dacă fețele laterale ale piramidei sunt aduse în planul bazei prin rabaterea acestora în jurul muchiilor bazei.

Fie piramida oblică $[SABC]$ cu baza $[ABC] \subset [H]$ (fig.5.9). Mărimea reală a bazei este definită de proiecția orizontală a acesteia. Pentru determinarea adevăratelor mărimi ale muchiilor, acestea se rotesc în jurul unei axe verticale $(W)(w, w')$ ce trece prin vârful $S(s, s')$ al piramidei. După rotație, muchiile devin frontale și proiecțiile verticale ale acestora sunt:

$|s'a_1'| \equiv |SA|$; $|s'b_1'| \equiv |SB|$ și $|s'c_1'| \equiv |SC|$.

Desfășurata fețelor laterale se compune dintr-o succesiune de triunghiuri care au un vârf comun și ale căror laturi sunt muchiile piramidei. Adăugând la desfășurata suprafeței laterale $[SABCA]$ poligonul bazei $[ABC]$, se obține desfășurata completă a piramidei..

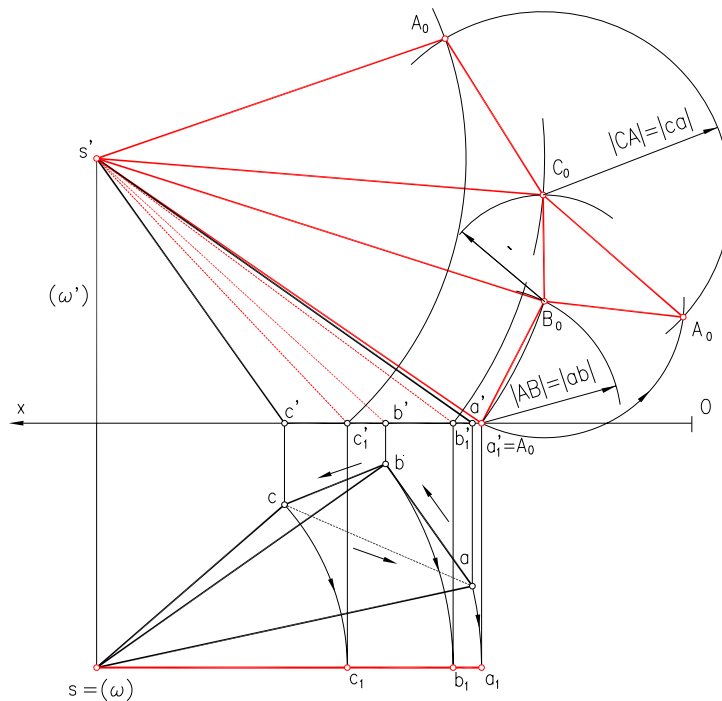


Fig.5.9

5.1.3. Intersecția unui poliedru cu o dreaptă

Un poliedru convex este intersectat de o dreaptă în două puncte. Acestea sunt determinate de intersecția dreptei cu poligonul rezultat prin secționarea poliedrului cu un plan proiectant care conține dreapta considerată.

a. Intersecția unei drepte cu o prismă.

Fie prisma triunghiulară oblică $[ABCA_1B_1C_1]$ cu baza $[ABC] \subset [H]$ și dreapta (D) (fig.5.10,a și b).

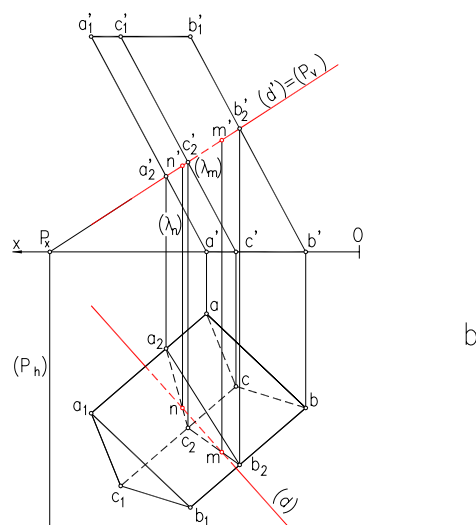
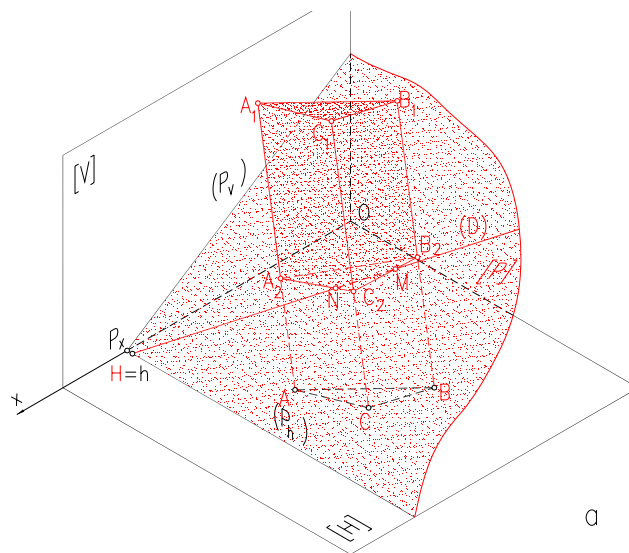


Fig.5.10

Planul de capăt $[P]$, care conține dreapta (D) , intersectează prisma după triunghiul de secțiune $[A_2B_2C_2]$. Întrucât $[A_2B_2C_2] \subset [P] \wedge (D) \subset [P]$, intersecția dreptei (D) cu laturile triunghiului de secțiune determină punctele M și N , în care dreapta considerată intersectează prisma.

După determinarea proiecțiilor triunghiului de secțiune a prisme cu planul de capăt $[P](P_h, P_v)$ se determină proiecțiile orizontale ale punctelor de intersecție:

m și n . Proiecțiile verticale m' și n' ale acestor puncte se determină cu linii de ordine ridicate din proiecțiile orizontale.

Segmentul $/MN/$ nu este vizibil în ambele proiecții, acesta fiind situat în interiorul prisme. La stabilirea vizibilității dreptei (D) se ține seama și de vizibilitatea fețelor prisme.

b. Intersecția unei drepte cu o piramidă.

Fie piramida $[SABC]$ cu baza $[ABC] \subset [H]$ și dreapta (D) (fig. 5.11,a și b). Planul auxiliar de secțiune $[P]$ este definit de dreapta (D) și vârful S al piramidei. Pentru construirea urmei orizontale (Ph) a acestui plan se utilizează dreapta (Δ) care trece prin S și e concurentă în E cu dreapta (D) . Planul de secțiune $[P] \wedge (D), (\Delta)$ intersectează piramida după dreptele (SN_1) și (SM_1) .

Ca urmare, punctele de intersecție a dreptei (D) cu piramida considerată sunt: M și N .

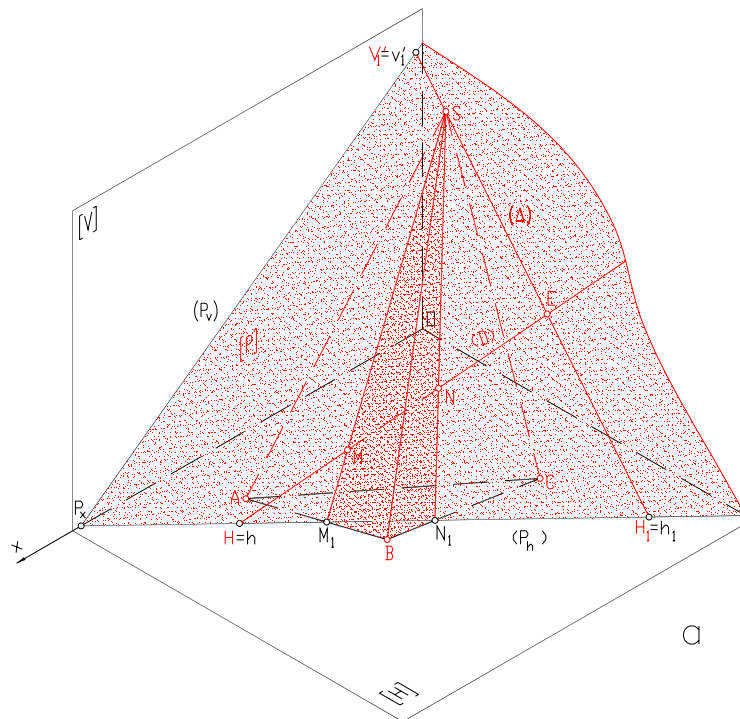


Fig.5.11

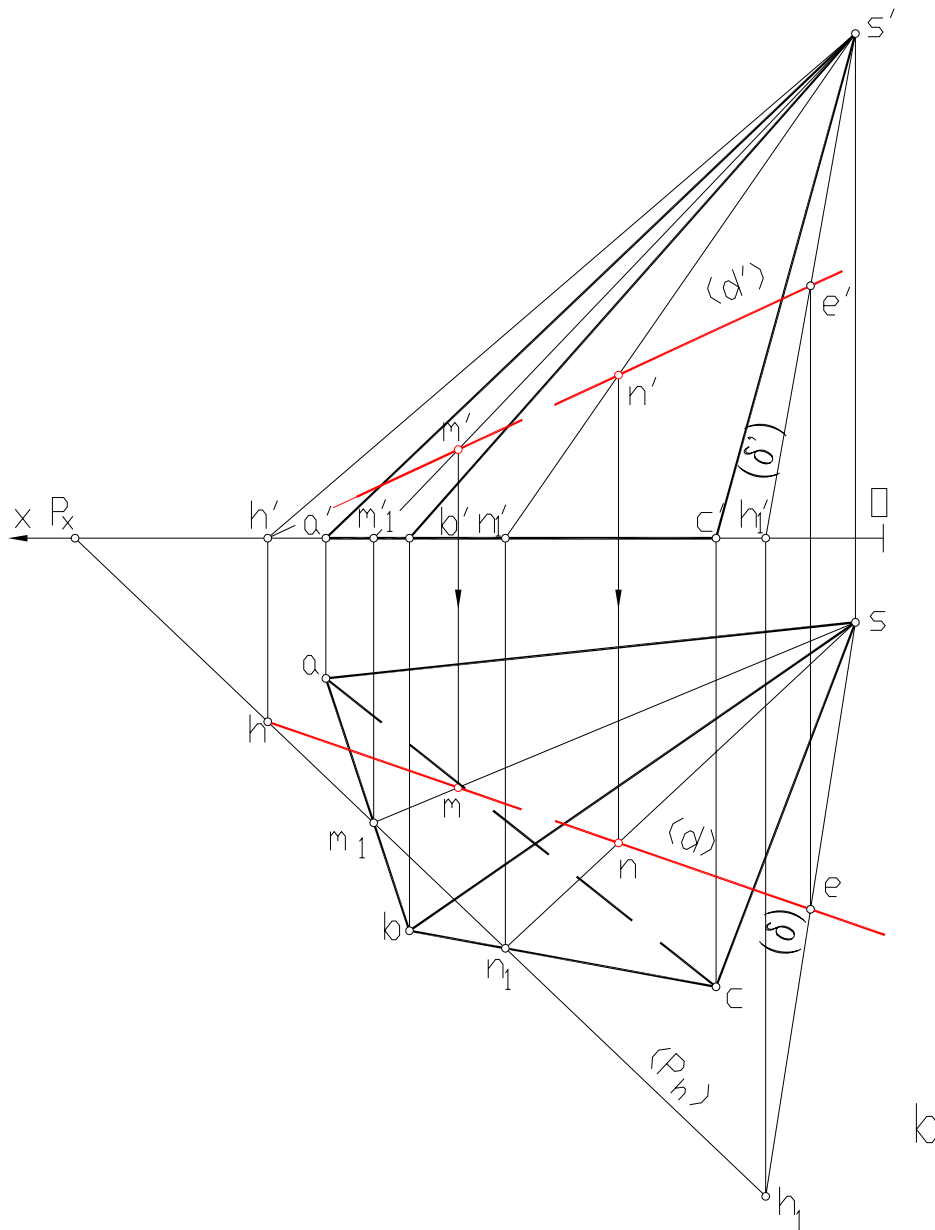


Fig.5.11

În epură (fig.5.11,b) urma orizontală (Ph) a planului de secțiune $[P]$ este definită de urma orizontală h a dreptei (D) și urma orizontală h_1 a dreptei (Δ) ; (sm_1) și (sn_1) reprezintă proiecțiile orizontale ale dreptelor după care planul $[P]$ intersectează fețele piramidei. Ca urmare, n și m sunt proiecțiile orizontale ale punctelor de intersecție a dreptei (D) cu piramida considerată. Cu linii de ordine, ridicate din aceste proiecții, se determină pe (d') proiecțiile verticale m' și n' ale punctelor de intersecție a dreptei (D) cu piramida $[SABC]$. La stabilirea vizibilității dreptei (D) se ține seama de cele prezentate la intersecția unei drepte cu o prismă.

5.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

5.2.1. Secționarea și desfășurarea unei piramide drepte.

Enunț:

Să se secționeze cu un plan proiectant $[P](P_x, M)$ piramida patrulateră dreaptă $[VABCD]$ cu baza un pătrat $[ABCD]$ situat într-un plan de proiecție și să se desfășoare poliedrul rezultat; înălțimea piramidei $VN=55mm$ (tabelul 5.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.12); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.12).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A, B, P_x și M (tabelul 5.1).

$A(60,30,0)$; $B(40,10,0)$; $P_x(5,0,0)$; $M(70,0,70)$;

$[P]$ -plan de capăt

1.5. Se reprezintă proiecțiile piramidei $[VABCD]$ în planele de proiecție.

1.6. Se reprezintă urmele planului de capăt $[P]$.

1.7. Se determină proiecțiile paralelogramului $[1234]$ rezultat prin secționarea piramidei $[VABCD]$ cu planul de capăt $[P]$ știindu-se că orice secțiune cu un plan de capăt are proiecția verticală suprapusă pe urma verticală a acestuia (P_v);

1.8. Fiind determinată proiecția verticală a patrulaterului de secțiune $[1'2'3'4']$ Se determină și celelalte două proiecții :laterală $[1''2''3''4'']$ și orizontală $[1234]$ ducând liniile de ordine corespunzătoare fiecărui punct.

1.9. Muchiile fiind în poziții particulare față de planele de proiecție se vor proiecta în adevărata lor mărime pe planele de proiecție cu care sunt paralele; astfel muchiile AV și CV care sunt drepte frontale se vor proiecta în adevărata lor mărime în planul vertical de proiecție ($AV=a'v'$ și $CV=c'v'$) iar muchiile BV și DV care sunt drepte de profil se vor proiecta în adevărata lor mărime în planul lateral de proiecție ($BV=b''v''$ și $DV=d''v''$) (fig.5.12).

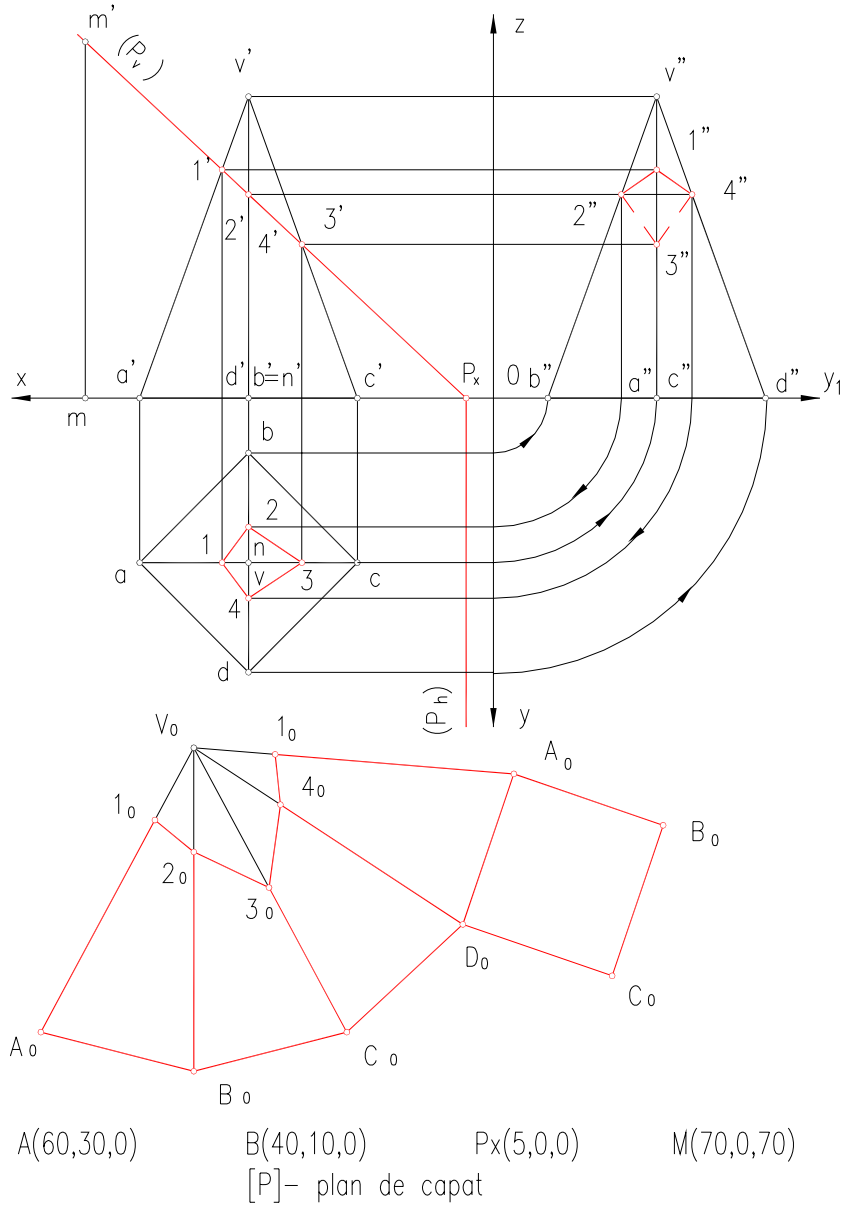
1.10. Pentru desfășurarea poliedrului rezultat prin secționare se alege în un punct V_0 și pornind de la acesta se desfășoară întâi piramida $[VABCD]$ ale cărei muchii se cunosc în adevărata lor mărime ($AV=a'v'$; $CV=c'v'$; $BV=b''v''$; $DV=d''v''$; $[ABCD]=[abcd]$) iar pe acestea se măsoară segmentele $V1=|v'1'|$, $V2=|v'2''|$, $V3=|v'3'|$, $V4=|v'4''|$.

1.11. Se trasează cu linie groasă conturul trunchiului de piramidă rezultat $[ABCD1234]$.

1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.12).

Tabelul 5.1

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	60	55	50	45	40	80	75	70	65	60
	y	0	0	0	0	0	40	40	40	40	40
	z	20	20	20	20	20	0	0	0	0	0
B	x	80	75	70	65	60	60	55	50	45	40
	y	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20
	z	40	40	40	40	40	0	0	0	0	0
M	x	90	85	80	75	70	90	85	80	75	70
	y	70	70	70	70	70	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	70	70	70	70	70
[P]	$x_{Px}=10$	[P]-plan vertical					[P]-plan de capăt				
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	60	55	50	45	40	80	75	70	65	60
	y	10	10	10	10	10	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	30	30	30	30	30
B	x	80	75	70	65	60	60	55	50	45	40
	y	30	30	30	30	30	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	10	10	10	10	10
M	x	90	85	80	75	70	90	85	80	75	70
	y	0	0	0	0	0	70	70	70	70	70
	z	70	70	70	70	70	0	0	0	0	0
[P]	$x_{Px}=0$	[P]-plan de capăt					[P]-plan vertical				
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	x	60	55	50	45	40	80	75	70	65	60
	y	0	0	0	0	0	30	30	30	30	30
	z	10	10	10	10	10	0	0	0	0	0
B	x	80	75	70	65	60	60	55	50	45	40
	y	0	0	0	0	0	10	10	10	10	10
	z	30	30	30	30	30	0	0	0	0	0
M	x	90	85	80	75	70	90	85	80	75	70
	y	70	70	70	70	70	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	70	70	70	70	70
[P]	$x_{Px}=5$	[P]-plan vertical					[P]-plan de capăt				



Enunt: Sa se sectioneze piramida patrulatera dreapta [VABCD] cu baza un patrat [ABCD] situat intr-un plan de proiectie, cu un plan proiectant [P] si sa se desfasoare poliedrul rezultat; inaltimea piramidei $|VN|= 55$ mm.

Lucrarea nr. 5.2.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unei piramide drepte.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea – sectia – grupa IT – CA – 2156

Fig.5.12

5.2.2. Construirea unei piramide cu baza într-un plan $[P]$.

Enunț:

Să se construiască piramida dreaptă $[SABC]$ cu baza un triunghi echilateral $\Delta[ABC]$ situat într-un plan $[P](Px, T, R)$; înălțimea piramidei $/S\Omega/ = 30\text{mm}$ și latura $/AB/ = 30\text{mm}$ (tabelul 5.2).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.13); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.13).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor Px, T, R și A (tabelul 5.2).

$Px(120, 0, 0)$; $T(0, 80, 0)$; $R(0, 0, 60)$; $A(70, 20, z_A)$

Rabaterea planului $[P]$ se va efectua în planul $[V]$.

1.5. Se reprezintă epurele punctelor $Px; T$ și R conform modelului (fig 5.13).

1.6. Se reprezintă urmele planului $[P], (Pv)$ și (Ph) definit de punctele Px ;

T și R .

1.7. Punctul A din plan se construiește cunoscându-se teorema potrivit căreia un punct aparține unui plan dacă aparține unei drepte din plan.

De aceea cunoscându-se abscisa și depărtarea punctului A se va construi o dreaptă în plan care să conțină proiecția orizontală a .

Cel mai simplu este să se construiască o frontală a planului $[P]$ care trece prin punctul A .

1.8. Proiecția orizontală a frontalei (f) este paralelă cu (Ox) , conține a și intersectează (Ph) în h , proiecția verticală a frontalei (f') va trece prin h' și va fi paralelă cu (Pv) ; pe ea se determină cu linie de ordine a proiecția verticală a punctului A, a' .

1.9. Pentru a construi baza $[ABC]$ a triunghiului echilateral $\Delta[ABC]$ situat în planul $[P]$ se rabate acest plan în planul $[V]$ având ca axă de rabatere (Pv) (vezi lucrarea 4.23); pe frontala rabătită se construiește latura $/AoBo/ = 30\text{mm}$.

1.10. În planul rabătit se construiește triunghiul echilateral $\Delta[AoBoCo]$ a cărui vârf Co se va afla pe o altă frontală a planului (Fo_1) .

1.11. Se ridică în plan frontala (F_1) astfel: prin Ho_1 se trasează un arc de cerc cu centrul în Px și raza $/Px Ho_1/$ până intersectează (Ph) în h_1 , apoi se trasează proiecțiile frontalei (F_1) în planul $[P]$ la fel ca și la frontala (F) .

1.12. Proiecțiile verticale a', b', c' se vor afla pe proiecțiile verticale ale frontalelor corespunzătoare (f') și (f_1') ; cu linii de ordine se obțin și proiecțiile lor orizontale a, b, c .

1.13. Înălțimea piramidei se afla pe perpendiculara (ΩM) ridicată din Ω pe planul $[P]$, $(\omega' m') \perp (Pv)$ și $(\omega m) \perp (Ph)$; pentru a măsura un segment de mărime dată se va transforma dreapta (ΩM) într-o dreaptă frontală printr-o rotație de nivel având ca axă o dreaptă verticală ce trece prin Ω .

Pe proiecția verticală a dreptei rotite $(\omega' m_1')$ se va măsura segmentul $|\omega' s_1'| = 30 \text{ mm}$; prin proiecția verticală rotită a punctului s_1' se va aduce o paralelă la (Ox) până la intersecția cu perpendiculara $(\omega' m')$ pentru a determina proiecția verticală nerotită s' a punctului S .

Proiecția orizontală s punctului S se determină cu linie de ordine dusă din s' pe (ωm) .

1.14. Cunoscându-se baza $\Delta[ABC]$ și înălțimea $|\Omega S|$ se construiește piramida dreaptă $[SABC]$.

1.15. Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.13).

Tabelul 5.2

Varianta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punctul											
T	x	95	90	85	80	100	95	90	85	80	100
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	55	50	55	50	60	60	55	65	50	70
R	x	95	90	85	80	100	95	90	85	80	100
	y	60	55	65	50	70	55	50	55	50	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A	x	50	55	60	55	65	50	55	60	55	65
	y	20	15	20	15	20	20	15	20	15	20
	z	Z_A									
[P]	$x_{Px}=10$	Rabaterea planului [P] se va efectua în planul [V]									

Tabelul 5.2continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
T	x	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	y	60	55	65	50	70	55	50	55	50	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R	x	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	55	50	55	50	60	60	55	65	50	70
A	x	50	55	60	55	65	50	55	60	55	65
	y	y_A									
	z	20	15	20	15	20	20	15	20	15	20
[P]	$x_{Px}=110$	Rabaterea planului [P] se va efectua în planul [H]									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
T	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	60	55	65	50	70	55	50	55	50	80
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
R	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	55	50	55	50	60	60	55	65	50	60
A	x	50	55	60	55	65	50	55	60	55	70
	y	20	15	20	15	20	20	15	20	15	20
	z	z_A									
[P]	$x_{Px}=120$	<i>Rabaterea planului [P] se va efectua în planul [V]</i>									

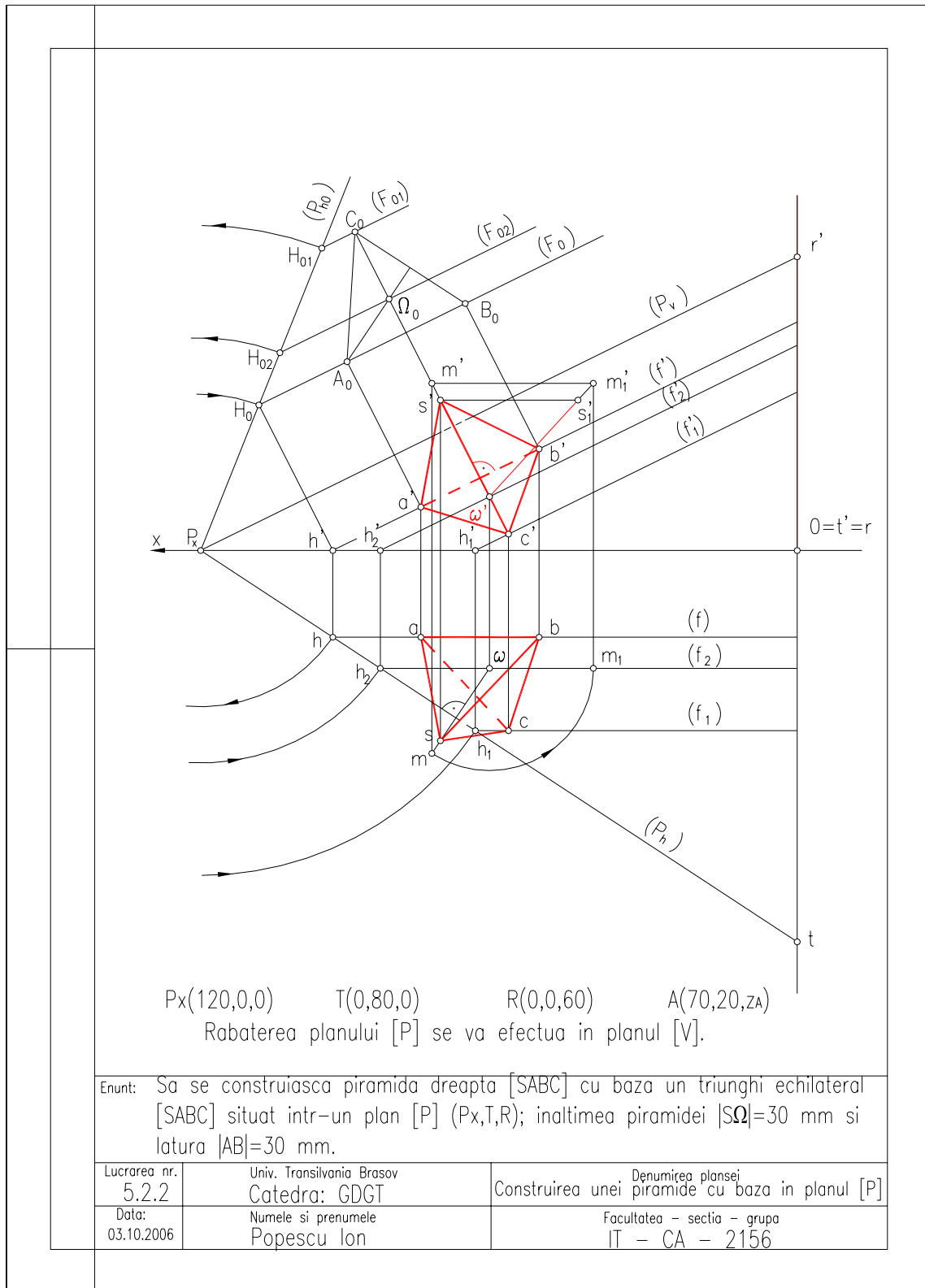


Fig.5.13

5.3.TEME

5.3.1. Secționarea și desfășurarea unei piramide oblice

Enunț:

Să se secționeze piramida oblică $[SABC]$ cu baza $[ABC]$ într-un plan de proiecție ,cu un plan proiectant $[P]$ și să se desfășoare trunchiul de piramidă rezultat (tabelul 5.3).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.14); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.14).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A, B, C, S, M și P_x (tabelul 5.3).

$A(70,30,0)$; $B(40,40,0)$; $C(55,10,0)$; $S(5,25,40)$; $M(60,0,30)$; $P_x(15,0,0)$
 $[ABC] \in [H]$; $[P]$ -un plan de capăt

1.5. Se reprezintă epurele punctelor A, B, C, S, M și P_x conform modelului (fig.5.10).

1.6. Se reprezintă proiecțiile piramidei oblice $[SABC]$.

1.7. Se reprezintă urmele planului de capăt $[P]$, (P_v) și (Ph) definit de punctele P_x și M .

1.8. Se determină rezultat prin secționarea piramidei oblice $[SABC]$ cu planul de capăt $[P]$; proiecția verticală a secțiunii $[1'2'3']$ se află pe urma verticală (P_v) a planului de capăt $[P]$ iar proiecția sa orizontală $[123]$ se determină cu linii de ordine duse pe proiecțiile orizontale corespunzătoare ale muchiilor piramidei

1.9. Pentru determinarea adevăratei mărimi a secțiunii $[123]$ se rabate planul de capăt $[P]$ în planul orizontal de proiecție $[H]$ având ca axă de rabatere (Ph) .

1.10. Pentru a desfășura piramida oblică $[SABC]$ trebuie determinate și adevăratele mărimi ale muchiilor sale care nu sunt în planul $[H]$ ($/SA/$; $/SB/$ și $/SC/$) ceea ce se realizează printr-o rotație de nivel având ca axă o verticală ce trece prin vârful S al piramidei .

1.11. Printr-o astfel de rotație muchiile $/SA/$; $/SB/$ și $/SC/$ se vor transforma în drepte frontale a căror proiecții verticale se vor proiecta în adevărata lor mărime:

$/SA/=(s'a')$; $/SB/=(s'b')$; $/SC/=(s'c')$.

1.12. Desfășurarea piramidei oblice $[SABC]$ se realizează alegând un sens de desfășurare (aici de la A la C ș.a.m.d) și un vârf S_o (poate să coincidă cu s' sau poate ca în exemplul ales să fie separat).

1.13. Se efectuează desfășurarea utilizând adevăratele mărimi ale muchiilor.

1.14. Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.14).

Tabelul 5.3

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	30	50	55	40	40	65	65	70	60	55
	y	40	40	40	45	55	25	15	15	20	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	65	65	70	60	75	30	50	55	40	70
	y	25	15	15	20	20	40	40	40	45	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	40	30	35	30	50	40	30	35	30	40
	y	5	10	10	5	10	5	10	10	5	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	x	15	5	10	10	15	15	5	10	10	5
	y	25	20	20	25	25	25	20	20	25	25
	z	40	50	50	50	50	40	50	50	50	40
M	x	75	80	85	70	80	75	80	85	70	60
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	45	50	40	50	40	45	50	40	30
[P]	x_{Px}	5	5	0	5	0	5	5	0	5	15
ABC \in		[H]									
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	40	30	35	30	50	40	30	35	30	40
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	5	10	10	5	10	5	10	10	5	40
B	x	65	65	70	60	75	30	50	55	40	70
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	25	15	15	20	20	40	40	40	45	30
C	x	65	65	70	60	75	30	50	55	40	70
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	25	15	15	20	20	40	40	40	45	30
S	x	15	5	10	10	15	15	5	10	10	5
	y	40	50	50	50	50	40	50	50	50	40
	z	25	20	20	25	25	25	20	20	25	25
M	x	75	80	85	70	80	75	80	85	70	80
	y	40	45	50	40	50	40	45	50	40	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
[P]	x_{Px}	5	5	0	5	0	5	5	0	5	15
ABC \in		[V]									

Tabelul 5.3
continuare

Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	x	65	65	70	60	75	30	50	55	40	70
	y	25	15	15	20	20	40	40	40	45	30
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	40	30	35	30	50	40	30	35	30	40
	y	5	10	10	5	10	5	10	10	5	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	30	50	55	40	40	65	65	70	60	55
	y	40	40	40	45	55	25	15	15	20	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
S	x	15	5	10	10	15	15	5	10	10	5
	y	25	20	20	25	25	25	20	20	25	25
	z	40	50	50	50	50	40	50	50	50	40
M	x	75	80	85	70	80	75	80	85	70	80
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	45	50	40	50	40	45	50	40	45
[P]	x_{Px}	5	5	0	5	0	5	5	0	5	15
ABC \in		[H]									

5.3.2. Desfășurarea unui trunchi de piramida dreaptă.

Enunț:

Să se desfășoare trunchiul de piramidă dreaptă rezultat prin secționarea piramidei $[SABC]$ cu baza un triunghi echilateral $[ABC]$ situat într-un plan proiectant $[P](Px, A)$, cu un plan $[R](Rx) // [P]$; centrul cercului circumscris $\Delta[ABC]$ este G și înălțimea piramidei $/SG/=55mm$ (tabelul 5.4).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297). (fig 5.15); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.15).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A, Px, G și Rx (tabelul 5.4).

$A(95,45,40); Px(60,0,0); G(80,30,z_G); Rx(35,0,0)$.

Planul $[P]$ – plan de capăt

1.5. Se reprezintă epurele punctelor A, Px, G și Rx conform modelului (fig.5.15).

1.6. Se reprezintă urmele planului de capăt $[P]$

1.7. Se rabate planul de capăt $[P]$ în planul $[H]$ împreună cu punctele A și G .

1.8. În planul de capăt rabătat în planul $[H]$ se construiește cercul cu raza $/A_o G_o /$ în care se înscrie triunghiul echilateral $[A_o B_o C_o]$.

1.9. Prin ridicarea rabaterii se aduce triunghiul echilateral $[ABC]$ în planul de capăt $[P]$.

1.10. Se construiește piramida dreaptă $[SABC]$ știind că înălțimea sa este o perpendiculară pe planul de capăt, deci o dreaptă frontală care se proiectează în adevărata sa mărime în planul $[V]$ ($/s'g' /$ este perpendicular pe (Pv) și reprezintă adevărata mărime a înălțimii piramidei).

1.11. Se reprezintă urmele planului $[R]$ paralel cu planul $[P]$.

1.12. Se determină proiecțiile triunghiului rezultat prin secționarea piramidei drepte $[SABC]$ cu planul $[R]$ știind că proiecția sa verticală $[1' 2' 3']$ se află pe urma verticală (Rv) a planului $[R] // [P]$.

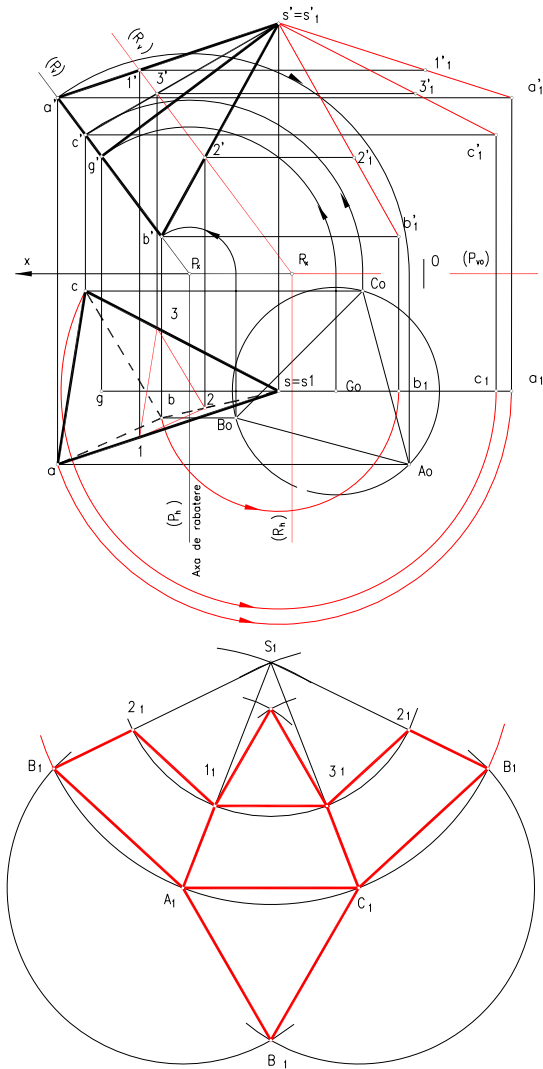
1.13. Pentru a desfășura trunchiul de piramidă rezultat $[ABC1 2 3]$ trebuie determinate adevăratele mărimi ale muchiilor $/SA/, /SB/$ și $/SC/$, ceea ce se realizează prin rotațiile de nivel ale acestora în jurul unei axe verticale trecând prin vârful S al piramidei, până ajung în poziția de drepte frontale; odată cu muchiile respective se rotesc și punctele $1', 2', 3'$ ajungând în $1_1' 2_1' 3_1'$.

1.14. Având toate muchiile în adevărata lor mărime se desfășoară trunchiul de piramidă și se reprezintă pe desfășurată și conturul secțiunii (fig.5.15)

1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.15).

Tabelul 5.4

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	100	95	90	85	80	0	5	10	15	20
	y	50	40	45	40	45	40	35	40	50	45
	z	50	45	40	50	55	50	40	45	40	45
G	x	85	80	75	70	75	25	30	35	30	35
	y	35	40	30	35	30	30	35	30	35	25
	z	Z_G									
[P]	$x_{Px}=65$	[P] plan de capăt									
[R]	$x_{Rx}=40$	[R] plan de capăt									
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	0	5	10	15	20	100	95	90	85	80
	y	40	35	40	50	45	50	40	45	40	45
	z	50	40	45	40	45	50	45	40	50	55
G	x	25	30	35	30	35	85	80	75	70	75
	y	Y_G									
	z	30	35	30	35	25	35	40	30	35	30
[P]	$x_{Px}=60$	[P] plan vertical									
[R]	$x_{Rx}=35$	[R] plan vertical									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	x	0	5	10	15	100	95	90	85	80	95
	y	40	35	40	50	50	40	45	40	45	45
	z	50	40	45	40	50	45	40	50	55	40
G	x	25	30	35	30	85	80	75	70	75	80
	y	30	35	30	35	35	40	30	35	30	30
	z	Z_G									
[P]	$x_{Px}=60$	[P] plan de capăt									
[R]	$x_{Rx}=35$	[R] plan de capăt									



$A(95,45,40)$ $P_x(60,0,0)$ $G(80,30,z_G)$ $R_x(35,0,0)$
 [P] – plan de caput

Enunt: Sa se desfasoare trunchiul de piramida dreapta rezultat prin sectionarea piramidei [SABC] cu baza un triunghi echilateral [ABC] situat intr-un plan proiectant [P] (P_x, A), cu un plan [R](R_x)//[P]; centrul cercului circumscris triunghiului [ABC] este G si inaltimea piramidei $\|SG\| = 55$ mm.

Tema nr. 5.3.2	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Desfasurarea unui trunchi de piramida dreapta.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.5.15

5.3.3. Secționarea și desfășurarea unei prisme oblice

Enunț:

Să se secționeze prisma oblică $[ABCA_1B_1C_1]$ cu baza $\Delta[ABC]$ într-un plan de proiecție ,cu un plan proiectant $[P](P_x)$ perpendicular pe muchiile prisme și să se desfășoare trunchiul de prismă rezultat (tabelul 5.5).

Indicații:

1.1 Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.16); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2 Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.16).

1.3 Se completează enunțul problemei.

1.4 Se scriu coordonatele punctelor A, B, C, A_1 , și P_x (tabelul 5.5).

$A(80,25,0); B(65,40,0); C(50,10,0); A_1(45,25,50); P_x(15,0,0)$

$[P]$ -plan de capăt

1.5 Se reprezintă proiecțiile prisme $[ABCA_1B_1C_1]$ în planele de proiecție.

1.6 Se reprezintă urmele (Ph) și (Pv) ale planului de capăt $[P]$.

1.7 Se determină proiecțiile triunghiului $[123]$ rezultat prin secționarea prisme $[ABCA_1B_1C_1]$ cu planul de capăt $[P]$ știindu-se că orice secțiune cu un plan de capăt are proiecția verticală suprapusă pe urma verticală a acestuia (Pv) ;

1.8 Fiind determinată proiecția verticală a triunghiului de secțiune $[1'2'3']$ se determină și proiecția orizontală $[123]$ ducând liniile de ordine corespunzătoare fiecărui punct.

1.9 Muchiile prisme fiind drepte frontale se vor proiecta în adevărata lor mărime pe planul de proiecție vertical $[V]$ cu care sunt paralele; astfel muchiile $/AA_1/$, $/BB_1/$ și $/CC_1/$ se vor proiecta în adevărata lor mărime în planul vertical de proiecție ($/AA_1/=a'a_1'$; $/BB_1/=b'b_1'$; $/CC_1/=c'c_1'$) (fig.5.16).

1.10 Adevărata mărime a triunghiului de secțiune se determină prin rabaterea planului de capăt $[P]$ în planul $[H]$.

1.11 Pentru desfășurarea prisme rezultată prin secționare se alege un sens de desfășurare (de la A la B , C și A) așezându-se adevăratele mărimi ale laturilor triunghiului de secțiune $[1o2o3o]$ perpendicular fie pe o dreaptă oarecare fie pe prelungirea urmei verticale (Pv) a planului de capăt.

Pe aceste perpendiculare se vor măsura adevăratele mărimi ale muchiilor $/a'1'/$, $/b'2'/$, $/c'3'/$.(fig.5.16) și se vor atașa bazele $[1o2o3o]$ și $[AoBoCo]$.

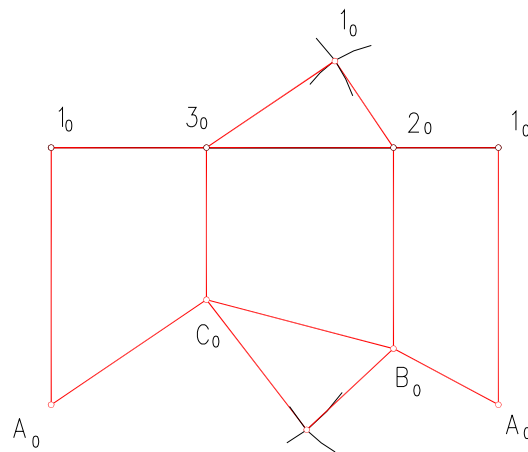
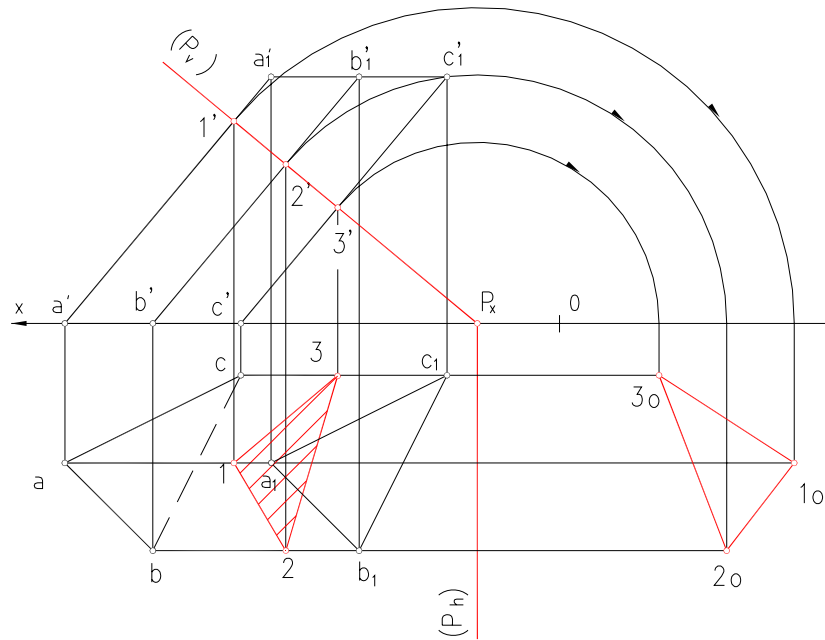
1.12. Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.16).

Tabelul 5.5

Varianta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punctul											
A	x	55	45	45	50	80	90	85	80	75	70
	y	10	50	40	35	25	20	30	35	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	85	80	75	70	65	70	70	55	55	60
	y	30	35	25	20	40	10	45	15	10	5
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	70	55	55	60	50	60	55	45	45	50
	y	45	15	10	5	10	40	10	50	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1	x	25	20	15	10	45	45	40	30	25	20
	y	10	50	40	35	25	20	30	35	25	20
	z	45	50	45	50	50	50	45	50	45	50
[P]	$X_{Px}=10$	Planul [P] –plan de capăt									
Varianta		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Punctul											
A	x	55	45	45	50	80	90	85	80	75	70
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	50	40	35	25	20	30	35	25	20
B	x	85	80	75	70	65	70	70	55	55	60
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	30	35	25	20	40	10	45	15	10	5
C	x	70	55	55	60	50	60	55	45	45	50
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	15	10	5	10	40	10	50	40	35
A1	x	25	20	15	10	45	45	40	30	25	20
	y	45	50	45	50	50	50	45	50	45	50
	z	10	50	40	35	25	20	30	35	25	20
[P]	$X_{Px}=15$	Planul [P] –plan vertical									

Tabelul 5.5
continuare

Varianta		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Punctul											
A	x	90	85	80	75	70	55	45	45	50	80
	y	20	30	35	25	20	10	50	40	35	25
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	70	70	55	55	60	85	80	75	70	65
	y	10	45	15	10	5	30	35	25	20	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	60	55	45	45	50	70	55	55	60	50
	y	40	10	50	40	35	45	15	10	5	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
A1	x	45	40	30	25	20	25	20	15	10	45
	y	20	30	35	25	20	10	50	40	35	25
	z	50	45	50	45	50	45	50	45	50	50
[P]	$X_{Px}=15$	<i>Planul [P] –plan de capăt</i>									



$A(80,25,0)$ $B(65,40,0)$ $C(50,10,0)$ $A_1(45,25,50)$ $P_x(15,0,0)$
 [P] – plan de capăt

Enunt: Sa se sectioneze prisma oblica $[ABCA_1B_1C_1]$ cu baza triunghiul $[ABC]$ intr-un plan de proiectie, cu un plan proiectant $[P](P_x)$ perpendicular pe muchiile prisme si sa se desfasoare trunchiul de prisma rezultat.

Tema nr. 5.3.3	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unei prisme oblice.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.5.16

5.3.4. Secționarea și desfășurarea unei prisme drepte

Enunț:

Să se desfășoare trunchiul de prismă rezultat prin secționarea prisme drepte $[ABCA_1B_1C_1]$ cu baza un triunghi echilateral $[ABC]$ situat într-un plan proiectant $[P](Px, A)$, cu un plan $[R]$ dat; înălțimea prisme $/AA_1/=60mm$ (tabelul 5.6).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 5.17); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.5.17).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A, B , și Px (tabelul 5.5).

$A(50,25,60)$; $B(90,y_B,20)$; $Px(20,0,0)$; $/AA_1/=80mm$;

$[P]$ -plan vertical; $[R]$ - plan frontal situat la $70mm$ de planul $[V]$

1.5. ...Se reprezintă epurele punctelor A, B , și urmele (Ph) și (Pv) ale planului vertical $[P]$.

1.6. Se rabate planul vertical $[P]$ în planul vertical de proiecție $[V]$ și se construiește triunghiul echilateral $[ABC]$.

1.7. Se ridică triunghiul echilateral $[ABC]$ în planul vertical $[P]$.

1.8. Se construiește prisma dreaptă $[ABCA_1B_1C_1]$, știind că muchiile sale $/AA_1/$, $/BB_1/$, $/CC_1/$, sunt perpendiculare pe planul vertical și deci niște drepte orizontale; proiecțiile orizontale ale acestor muchii vor fi în adevărata lor mărime.

1.9. Se construiește urma orizontală (Rh) a planului frontal $[R]$ la depărtare de 80mm.

1.10. Se determină proiecția orizontală $[123]$ a triunghiului rezultat din secționarea prisme drepte $[ABCA_1B_1C_1]$ cu planul frontal $[R]$, proiecție care este situată pe urma orizontală (Rh) .

1.11. Se determină proiecția verticală $[1'2'3']$ a triunghiului de secțiune.

1.12. Muchiile prisme fiind drepte orizontale sunt proiectate în adevărata lor mărime pe planul de proiecție orizontal $[H]$ cu care sunt paralele; astfel muchiile $/AA_1/$, $/BB_1/$ și $/CC_1/$ se vor proiecta în adevărata lor mărime în planul orizontal de proiecție ($/AA_1/=aa_1/$; $/BB_1/=bb_1/$; $/CC_1/=cc_1/$) (fig.5.17).

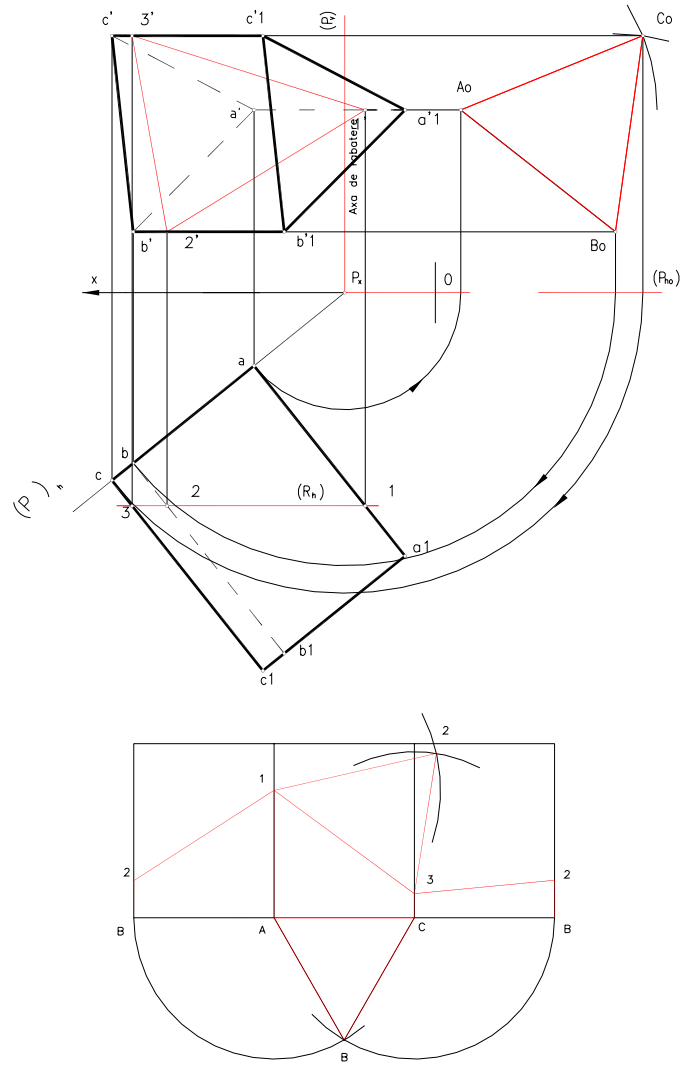
1.13. Pentru desfășurarea trunchiul de prismă rezultat prin secționare se alege un sens de desfășurare (de la Bo la Ao , Co și Ao) așezându-se adevăratele mărimi ale triunghiului de bază $[AoBoCo]$ pe o linie dreaptă și perpendicular pe ea se trasează adevăratele mărimi ale muchiilor $/Bo2o/=b2/$; $/Ao1o/=a2/$; $/Co3o/=c2/$; $/Bo2o/=b2/$.

1.14. Se vor atașa bazele $[1o2o3o]$ și $[AoBoCo]$.

1.15. Se completează indicatorul conform modelului (fig.5.17).

Tabelul 5.6

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	65	60	70	75	50	35	40	30	25	30
	y	10	15	20	10	25	10	15	20	10	15
	z	30	30	20	25	60	30	30	20	25	20
B	x	35	30	40	45	90	65	70	60	55	60
	y	y_B									
	z	15	10	10	5	20	15	10	10	5	15
[P]	plan vertical	$x_{Px}=80$					$x_{Px}=20$				
[R]	$y_{Rh}=70$	Planul [R] –plan frontal									
Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	65	60	70	75	50	35	40	30	25	30
	y	30	30	20	25	60	30	30	20	25	20
	z	10	15	20	10	25	10	15	20	10	15
B	x	35	30	40	45	90	65	70	60	55	60
	y	15	10	10	5	20	15	10	10	5	15
	z	z_B									
[P]	plan de capăt	$x_{Px}=80$					$x_{Px}=20$				
[R]	$z_{(Rv)}=70$	Planul [R] –plan de nivel									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	x	35	40	30	25	30	65	60	70	75	50
	y	10	15	20	10	15	10	15	20	10	25
	z	30	30	20	25	20	30	30	20	25	60
B	x	65	70	60	55	60	35	30	40	45	90
	y	y_B									
	z	15	10	10	5	15	15	10	10	5	20
[P]	<i>plan vertical</i>	$x_{Px}=20$					$x_{Px}=80$				
[R]	$y_{Rh}=70$	<i>Planul [R] –plan frontal</i>									



$A(50,25,60)$ $B(90,y_B,20)$ $P_x(20,0,0)$ $|AA_1|=80$ mm
 $[P]$ - plan vertical $[R]$ - plan frontal, $y_{R_0}=70$ mm

Enunt: Sa se desfasoare trunchiul de prisma rezultat prin sectionarea prismei drepte $[ABCA_1B_1C_1]$ cu baza un triungi echilateral $[ABC]$ situat intr-un plan proiectant $[P](P_x,A)$, cu un plan $[R]$ dat; inaltimea prismei $|AA_1|=80$ mm.

Tema nr. 5.3.4	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Sectionarea si desfasurarea unei prismei drepte.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 5.17