

2. DREAPTA

2.1. GENERALITĂȚI

2.1.1. Proiecțiile dreptei.

O dreaptă este determinată, în general, de două puncte. Proiecțiile sale se obțin unind proiecțiile de același fel ale punctelor care o determină (fig.2.1.a și b).

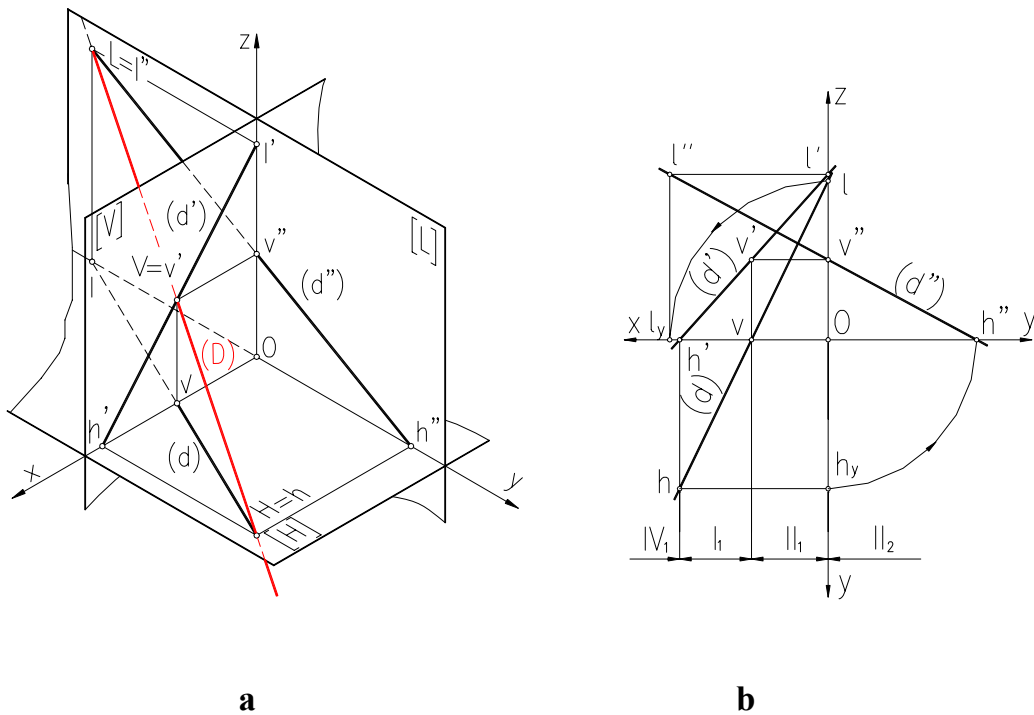


Fig. 2.1

Urmele unei drepte (D) sunt punctele ei de intersecție cu planele de proiecție; astfel urma orizontală $H(h, h', h'') \Rightarrow (D) \cap [H]$, urma verticală $V(v, v', v'') \Rightarrow (D) \cap [V]$ și urma laterală $L(l, l', l'') \Rightarrow (D) \cap [L]$ (fig.2.1).

Traseul unei drepte (D) ne indică triedrele parcurse de această dreaptă; triedrele sunt delimitate de cele trei urme care împart dreapta în patru porțiuni distincte, fiecare aparținând unui anumit triedru. Pentru stabilirea triedrelor se consideră pe fiecare porțiune cuprinsă între urmele sale câte un punct ales arbitrar.

Coordonatele acestui punct indică triedrul în care se află porțiunea din dreaptă căreia îi aparține punctul ales.

2.1.2. Drepte particulare

a. Dreptele paralele cu planele de proiecție (fig.2.2 - 2.4)

-Dreapta orizontală (**O**)-paralelă cu $[H]$ (fig.2.2.a și b).

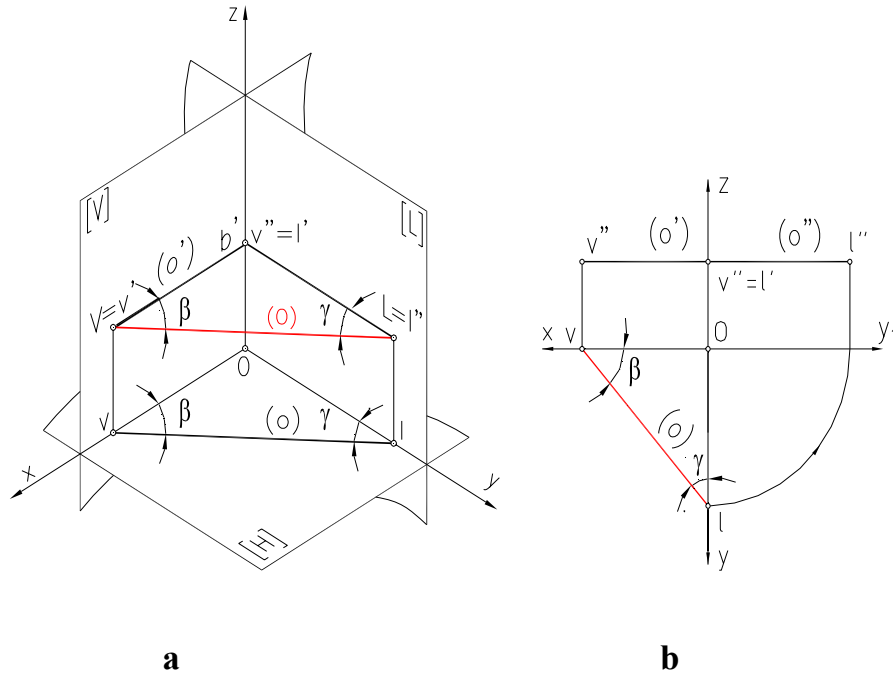


Fig. 2.2

-Dreapta frontală (**F**)-paralelă cu $[V]$ (fig.2.3.a și b).

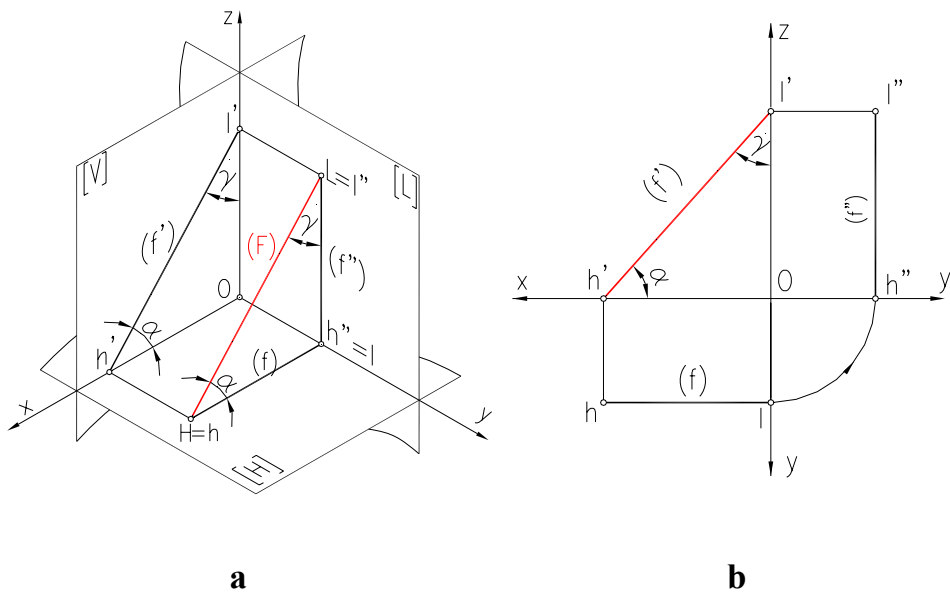


Fig. 2.3

-Dreapta de profil (D)-paralelă cu $[L]$ (fig.2.4.a și b).

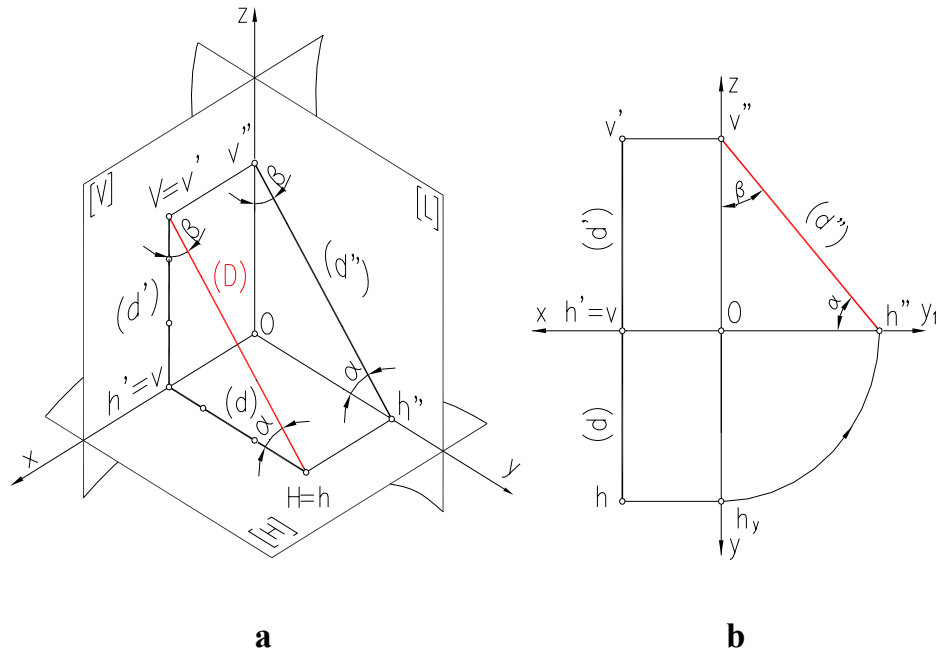


Fig. 2.4

b. Dreptele perpendiculare pe planele de proiecție (fig.2.5 - 2.7).

-Dreapta verticală (D)-perpendiculară pe $[H]$ (fig.2.5.a și b).

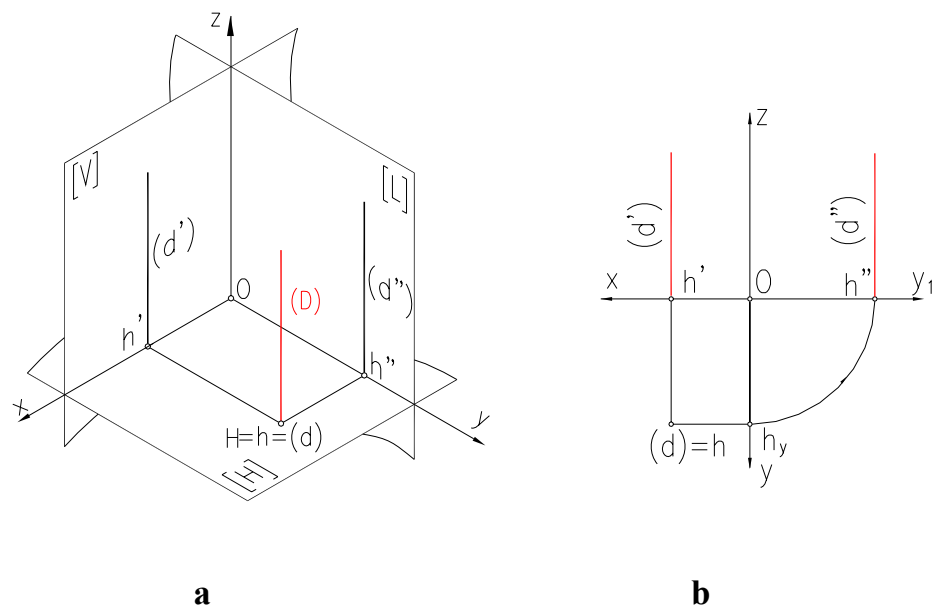


Fig. 2.5

- Dreapta de capăt (D)-perpendiculară pe $[V]$ (fig.2.6.a și b).

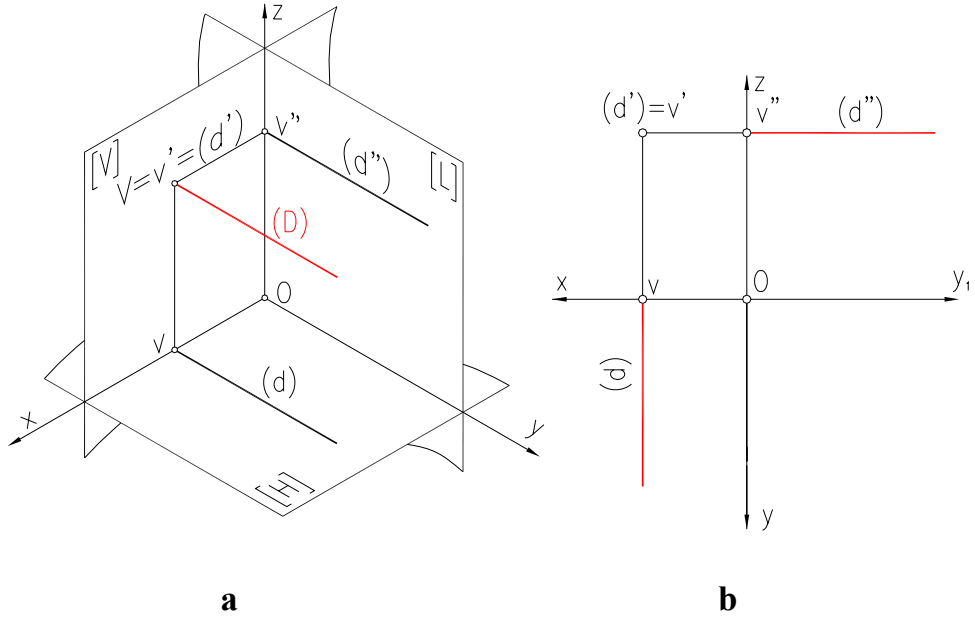


Fig. 2.6

-Dreapta fronto-orizontală (D)-perpendiculară pe $[L]$ (fig.2.7.a și b).

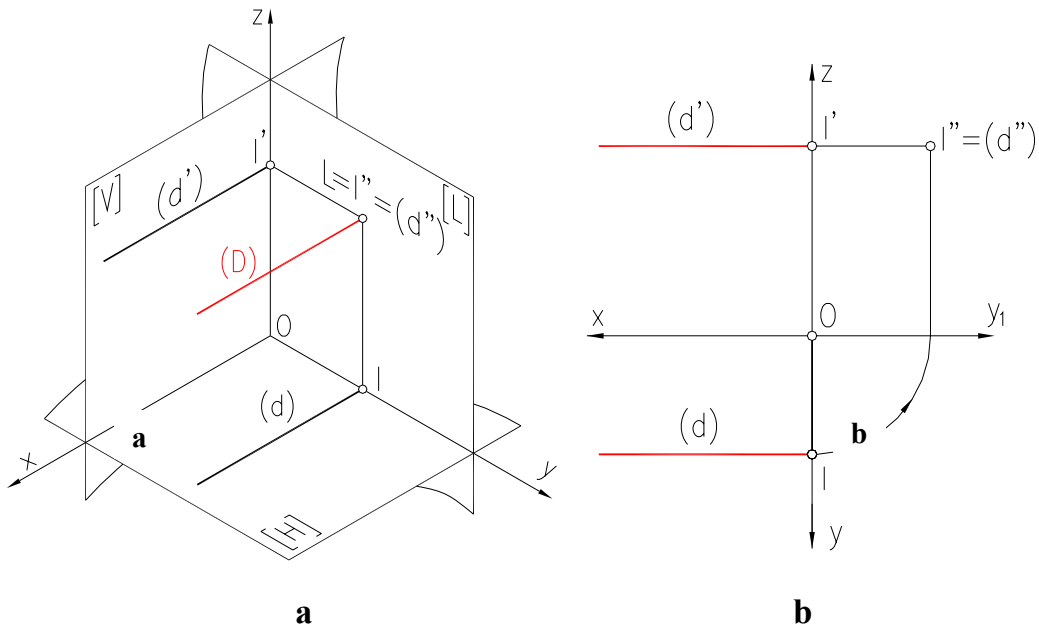


Fig. 2.7

2.1.3. Pozițiile relative ale dreptelor în spațiu.

Două drepte din spațiu pot fi concurente (fig.2.8), paralele (fig.2.9) sau oarecare (disjuncte) (fig.2.10).

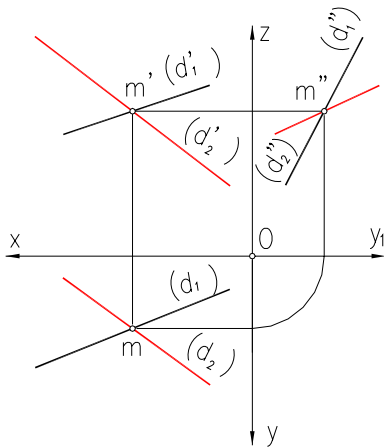


Fig. 2.8

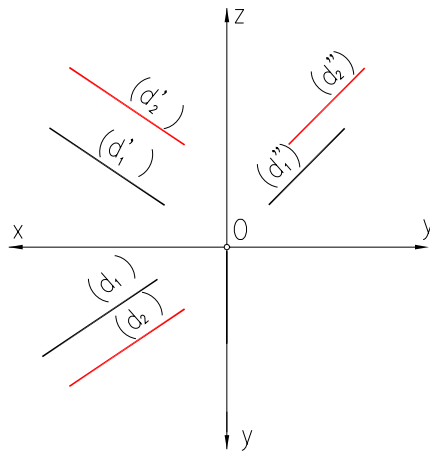


Fig.2.9

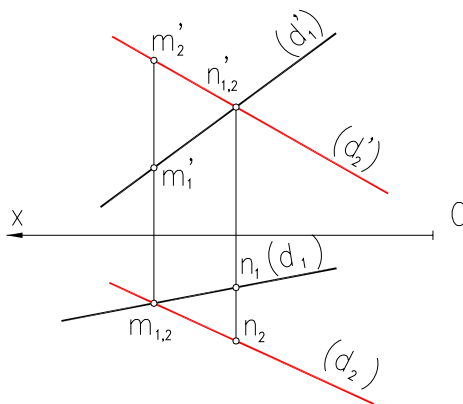


Fig 2.10

În cazul în care două drepte concurente sunt și perpendiculare, unghiul drept se proiectează în adevărata sa mărime pe unul din planele de proiecție, dacă una din laturile sale este paralelă cu acel plan.

2.2. LUCRĂRI DE LABORATOR

2.2.1. Reprezentarea dreptei.

Enunț:

Să se construiască proiecțiile dreptei oarecare (D) (d, d', d'') definită de punctele A și B și să se determine traseul ei (tabelul 2.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297)(fig 2.11); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.2.11).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A și B (tabelul 2.1) și se precizează poziția lor în spațiu:

$A(17,-42,-5) \in III_1$; $B(-45,-5,-23) \in III_2$.

1.5. Se reprezintă epurele punctelor A și B (fig.2.11).

1.6. Proiecțiile dreptei oarecare (D) (d, d', d'') definită de punctele A și B se construiesc unind proiecțiile de același fel ale acestor puncte:

-proiecția orizontală (d) a dreptei (D) se obține prin unirea proiecțiilor orizontale a și b ;

-proiecția verticală (d') a dreptei (D) se obține prin unirea proiecțiilor verticale a' și b' ;

-proiecția laterală (d'') a dreptei (D) se obține prin unirea proiecțiilor laterale a'' și b'' .

1.7. Pentru determinarea traseului dreptei (D) se construiesc urmele ei:

-urma orizontală H a dreptei (D) se construiește astfel: se prelungește proiecția verticală (d') până intersectează axa (Ox) în h' , proiecția verticală a urmei orizontale (punctul de pe dreaptă cu cota 0); proiecția orizontală h a urmei orizontale H se obține ducând o linie de ordine din h' până intersectează proiecția orizontală (d) a dreptei (D); proiecția laterală h'' a urmei orizontale H se determină cunoscând celelalte două proiecții h și h' (ca verificare $h'' \in (d'')$);

-urma verticală V a dreptei (D) se construiește astfel: se prelungește proiecția orizontală (d) până intersectează axa (Ox) în v , proiecția orizontală a urmei verticale (punctul de pe dreaptă cu depărtarea 0); proiecția verticală v' a urmei verticale V se obține ducând o linie de ordine din v până intersectează proiecția verticală (d') a dreptei (D); proiecția laterală v'' a urmei verticale V se determină cunoscând celelalte două proiecții v și v' (ca verificare $v'' \in (d'')$);

-urma laterală L a dreptei (D) se construiește astfel: se prelungește proiecția orizontală (d) până intersectează axa (Oy) în l , proiecția orizontală a urmei laterale

(punctul de pe dreaptă cu abscisa 0) ; proiecția verticală a urmei laterale l' se află la intersecția proiecției verticale (d') cu axa (Oz) ; proiecția laterală l'' a urmei laterale L se determină cunoscând celelalte două proiecții l și l' (ca verificare $l'' \in (d'')$);

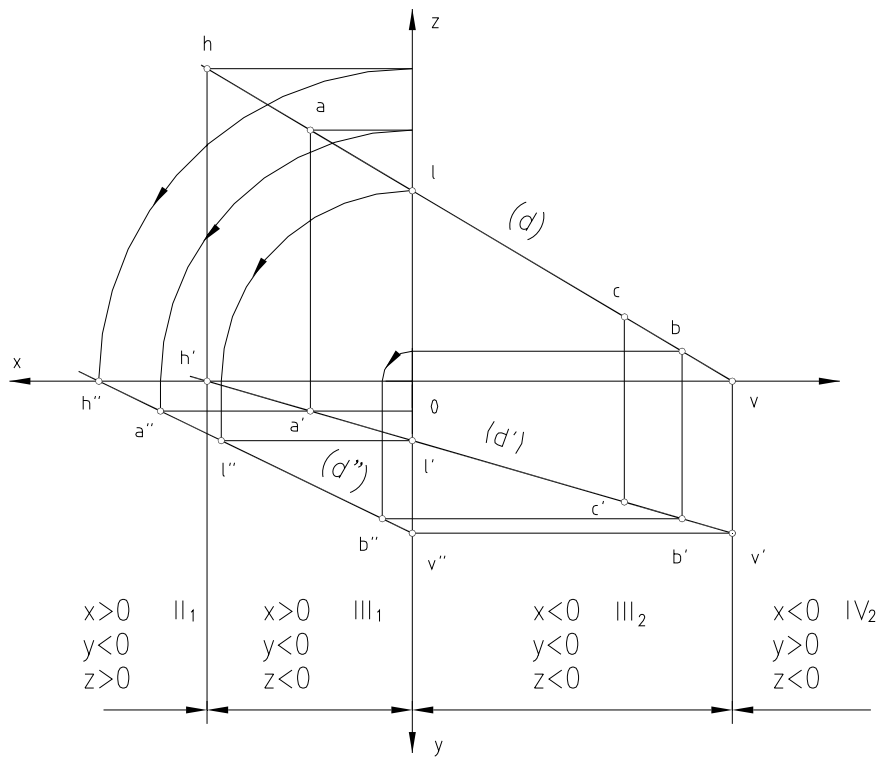
1.8. Cunoscându-se urmele drepte se pot delimita zonele de trecere ale ei, ducând linii de ordine prin dreptul lor.

1.9. Pentru fiecare zonă în parte se alege arbitrar pe dreaptă un punct; în funcție de semnele coordonatelor sale se determină triedrul căruia îi aparține. De exemplu punctul C are $x_C < 0$, $y_C < 0$, $z_C < 0$, deci $C \in III_2$.

1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.2.11)

Tabelul 2.1

Varianta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punctul											
A	x	50	50	50	50	50	20	20	20	20	20
	y	55	45	40	35	30	30	20	20	10	5
	z	5	15	20	25	20	30	40	45	50	55
B	x	20	30	20	20	20	50	50	50	50	50
	y	20	20	10	10	5	55	45	40	35	30
	z	25	40	45	55	55	5	10	20	15	20
Varianta											
Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	-10	-10	-10	-10	-10	-50	-50	-50	-50	-50
	y	50	45	40	35	30	10	15	10	10	5
	z	15	20	25	30	35	30	40	45	50	55
B	x	-50	-50	-50	-50	-50	-10	-10	-10	-10	-10
	y	15	10	15	10	5	50	45	40	20	30
	z	30	40	45	50	55	10	20	25	30	25
Varianta											
Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	x	20	20	20	20	20	-15	40	45	50	17
	y	10	20	20	20	15	40	45	40	35	-42
	z	35	20	15	5	0	25	15	20	25	-5
B	x	-15	40	45	50	55	20	20	20	20	-45
	y	40	45	50	35	30	10	15	20	20	-5
	z	10	5	20	25	30	60	35	5	0	-23



$A(17, -42, -5) \in III_1$

$B(-45, -5, -23) \in III_2$

Enunț: Sa se construiască proiecțiile dreptei oarecare (D) (d, d', d'') definită de punctele A și B și să se determine traseul ei.

Lucrarea nr.
2.2.1

Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT

Denumirea planșei
Reprezentarea dreptei

Data:
03.10.2006

Numele și prenumele
Popescu Ion

Facultatea - secția - grupa
IT - CA - 2156

Fig.2.11

2.2.2. Drepte concurente și perpendiculare

Enunț:

Să se construiască proiecțiile dreptei oarecare (D) (d, d', d'') definită de punctele A și B ; printr-un punct M să se construiască o dreaptă (D_I) (d_I, d_I', d_I'') perpendiculară pe (D) (tabelul 2.2).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 2.12); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.2.12).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A, B, M (tabelul 2.2) și se precizează poziția lor în spațiu :

$A(30,10,-25) \in IV_I, B(30,30,-10) \in IV_I$ și $M(20,30,25) \in I_I$

1.5. Se reprezintă epurele punctelor A, B și M conform modelului(fig.2.12).

1.6. Proiecțiile dreptei oarecare (D) (d, d', d'') definită de punctele A și B se obțin astfel:

-proiecția orizontală (d) a dreptei (D) se obține prin unirea proiecțiilor orizontale a și b ;

-proiecția verticală (d') a dreptei (D) se obține prin unirea proiecțiilor verticale a' și b' ;

-proiecția laterală (d'') a dreptei (D) se obține prin unirea proiecțiilor laterale a'' și b'' .

1.7. Dreapta (D) este o dreaptă de profil deoarece punctele sale A și B au aceeași abscisă, deci fiind o dreaptă paralelă cu planul lateral de proiecție unghiul drept se va proiecta în adevărata sa marime în acest plan.

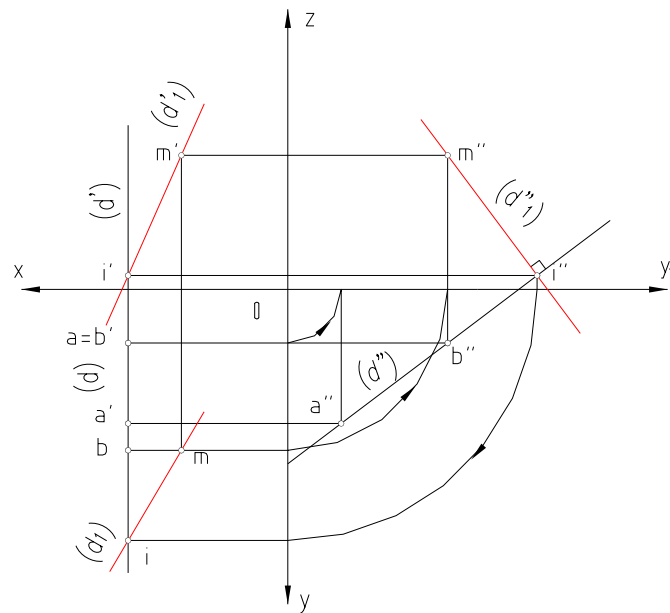
1.8. Se va construi proiecția laterală a perpendicularei (d_I'') astfel:prin m'' se construiește o perpendiculară pe (d'') în i'' care este proiecția laterală a punctului de intersecție I ; proiecția orizontală i a punctului de intersecție I , este pe (d) proiecția orizontală a dreptei (D) iar proiecția verticală i' a punctului de intersecție I , este pe (d') proiecția verticală a dreptei (D) .

1.9. Se construiesc proiecțiile perpendicularei (D_I) (d_I, d_I', d_I'') pe dreapta (D) , cunoscându-se proiecțiile punctelor care o determină M și I (fig.2.12).

1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.2.12).

Tabelul 2.2

Varianta	Punctul	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	x	65	60	55	50	45	65	60	55	50	45	10	15	20	25	30
	y	5	10	15	20	25	10	15	20	25	30	15	20	25	30	35
	z	10	15	20	25	30	5	10	15	20	25	50	45	40	35	30
B	x	25	20	15	10	5	25	20	15	10	5	10	15	20	25	30
	y	40	45	50	55	60	10	15	20	25	30	40	45	50	55	60
	z	10	15	20	25	30	40	45	50	55	60	30	25	20	15	10
M	x	35	30	25	20	15	35	30	25	20	15	25	30	35	40	45
	y	10	15	20	25	30	20	25	30	35	40	10	15	20	25	30
	z	20	25	30	35	40	10	15	20	25	30	35	30	25	20	15
Varianta	Punctul	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	x	10	15	20	25	30	10	15	20	25	30	15	20	25	30	30
	y	5	10	15	20	25	20	25	30	35	40	15	20	25	30	10
	z	20	25	30	35	40	5	10	15	20	25	50	45	40	35	-25
B	x	30	35	40	45	50	30	35	40	45	50	15	20	25	30	30
	y	15	20	25	30	35	20	25	30	35	40	35	40	45	50	30
	z	20	25	30	35	40	15	20	25	30	35	25	20	50	60	-10
M	x	15	15	25	30	35	15	20	25	30	35	30	30	35	40	20
	y	20	30	30	35	40	25	30	35	40	50	20	25	40	50	30
	z	25	40	35	50	55	20	25	30	35	40	30	20	30	40	25



$$A(30, 10, -25) \in IV_1 \quad B(30, 30, -10) \in IV_1 \quad M(20, 30, 25) \in I_1$$

Enunt: Sa se construiasca proiectiile dreptei oarecare (D) (d, d', d'') definita de punctele A si B; printr-un punct M sa se construiasca o dreapta (D_1) (d_1, d_1', d_1'') perpendiculara pe (D).

Lucrarea nr.
2.2.2

Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT

Denumirea plansei
Drepte concurente si perpendiculare.

Data:
03.10.2006

Numele si prenumele
Popescu Ion

Facultatea - sectia - grupa
IT - CA - 2156

Fig.2.12

2.3. TEME

2.3.1. Drepte perpendiculare.

Enunț:

Să se construiască proiecțiile unui cub $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ cu latura $/AB/$ și baza $[ABCD]$ situată într-un plan de proiecție (tabelul 2.3).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 2.13); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.2.13).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A și B (tabelul 2.3) și se precizează poziția lor în spațiu :

$A(0,5,0) \in (Oy)$, $B(30,0,0) \in (Ox)$, baza $[ABCD] \in [H]$, $y_C > y_B$

1.5. Se reprezintă epurele punctelor A, B conform modelului (fig.2.13).

1.6. Proiecțiile dreptei $/AB/$ definită de punctele A și B se obțin astfel:

-proiecția orizontală $/ab/$ a laturii $/AB/$ se obține prin unirea proiecțiilor orizontale a și b ;

-proiecția verticală $/a' b' /$ a laturii $/AB/$ se obține prin unirea proiecțiilor verticale a' și b' ;

-proiecția laterală $/a'' b'' /$ a laturii $/AB/$ obține prin unirea proiecțiilor laterale a'' și b'' .

1.7. Baza cubului fiind un pătrat în planul orizontal de proiecție, acesta se va proiecta în adevărata mărime în acest plan. Deci punctele C și D se vor afla pe perpendicularele duse din A și B pe latura $/AB/$, respectându-se și condiția $y_C > y_B$.

1.8. Laturile cubului $/AA_1/$, $/BB_1/$, $/CC_1/$ și $/DD_1/$ vor fi perpendiculare pe planul $[H]$, deci niște drepte verticale având mărimea laturii $/AB/$.

1.9. Se construesc proiecțiile acestor verticale.

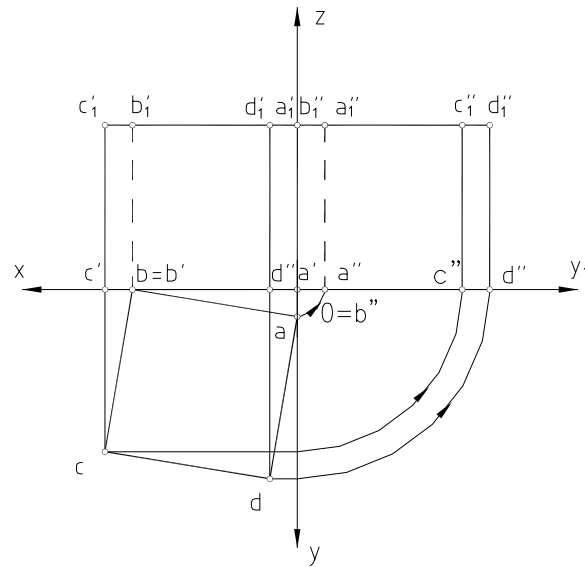
1.10. Prin unirea punctelor A_1 , B_1 , C_1 și D_1 se obține și baza superioară a cubului $[A_1 B_1 C_1 D_1]$.

1.11. Proiecția verticală $/b' b'_1 /$ a laturii $/BB_1/$ și proiecția laterală $/a'' a''_1 /$ a laturii $/AA_1/$ fiind muchii acoperite de fețele vizibile ale cubului se vor reprezenta cu linie întreruptă.

1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.2.13).

Tabelul 2.3

Varianta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
punctul																
A	x	10	5	15	15	20	0	0	0	0	0	50	45	45	50	55
	y	0	0	0	0	0	35	30	40	45	50	20	15	25	35	20
	z	25	30	35	15	40	10	15	20	10	20	0	0	0	0	0
B	x	35	30	40	45	50	0	0	0	0	0	25	15	15	20	30
	y	0	0	0	0	0	10	5	15	15	20	10	10	15	25	10
	z	10	15	20	10	20	25	30	35	15	40	0	0	0	0	0
ABCD \in		[V] $x_C > x_B$					[L] $y_C > y_B$					[H] $y_C > y_B$				
Varianta		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
punctul																
A	x	25	15	15	20	30	0	0	0	0	0	35	30	40	45	0
	y	0	0	0	0	0	50	45	45	50	55	10	15	20	10	5
	z	10	10	15	25	10	20	15	25	35	20	0	0	0	0	0
B	x	50	45	45	50	55	0	0	0	0	0	10	5	15	15	30
	y	0	0	0	0	0	25	15	15	20	30	25	30	35	15	0
	z	20	15	25	35	20	10	10	15	25	10	0	0	0	0	0
ABCD \in		[V] $x_C < x_B$					[L] $y_C < y_B$					[H] $y_C > y_B$				



$$A(0, 5, 0) \in (o_y)$$

$$[ABCD] \in [H]$$

$$B(30, 0, 0) \in (o_x)$$

$$y_c > y_B$$

Enunt: Sa se construiasca proiectiile unui cub $[ABCD A_1 B_1 C_1 D_1]$ cu latura $|AB|$ si baza $[ABCD]$ situata intr-un plan de proiectie.

Tema nr.
2.3.1

Data:
03.10.2006

Univ. Transilvania Brasov
Catedra: GDGT

Numele si prenumele
Popescu Ion

Denumirea plansei
Drepte concurente si perpendiculare

Facultatea - sectia - grupa
IT - CA - 2156

Fig. 2.13.

2.3.2. Drepte particulare.

Enunț:

Să se reprezinte proiecțiile tetraedrului regulat $[SABC]$ cu latura $/AB/$ și baza $[ABC]$ situată într-un plan de proiectie (tabelul 2.4).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 2.14); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.2.14).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A și B (tabelul 2.4)și se precizează poziția lor în spațiu :

$$A(45,15,0) \in [H], B(10,40,0) \in [H], y_C > y_B$$

1.5. Se reprezintă epurele punctelor A, B conform modelului(fig.2.14).

1.6. Proiecțiile dreptei $/AB/$ definită de punctele A și B se obțin astfel:

-proiecția orizontală $/ab/$ a laturii $/AB/$ se obține prin unirea proiecțiilor orizontale a și b ;

-proiecția verticală $/a'b'/$ a laturii $/AB/$ se obține prin unirea proiecțiilor verticale a' și b' ;

-proiecția laterală $/a''b''/$ a laturii $/AB/$ se obține prin unirea proiecțiilor laterale a'' și b'' .

1.7. Baza $[ABC]$ a tetraedrului regulat $[SABC]$ fiind în planul $[H]$, se va construi triunghiul echilateral $[ABC]$ în acest plan.

1.8. Pentru constuirea tetraedrului trebuie determinată înălțimea lui $/SG/$, care este o dreaptă verticală și totodată una dintre catetele triunghiului dreptunghic care are ca ipotenuză chiar latura tetraedrului; unghiul drept al acestui triunghi este în G (ortocentrul triunghiului echilateral $[ABC]$).Rabătând (rotind)acest triunghi în planul $[H]$ după segmentul $/gb/$ se obține adevărata mărime a acestui triunghi $[S_o gb]$ și deci adevărata mărime a înălțimii $/SG/$, $/S_o g/$ (fig.2.14).

1.9. Cunoscând adevărata mărime a verticalei $/SG/$ (înălțimea tetraedrului) se pot determina proiecțiile acestuia unind proiecțiile de același fel ale vârfurilor sale A, B, C, S .

1.10. Proiecția verticală $/s'a'/$ a laturii $/SA/$ și proiecția laterală $/s''b''/$ a laturii $/SB/$ fiind proiecțiile unor muchii acoperite de fețele vizibile ale tetraedrului, se vor reprezenta cu linie întreruptă.

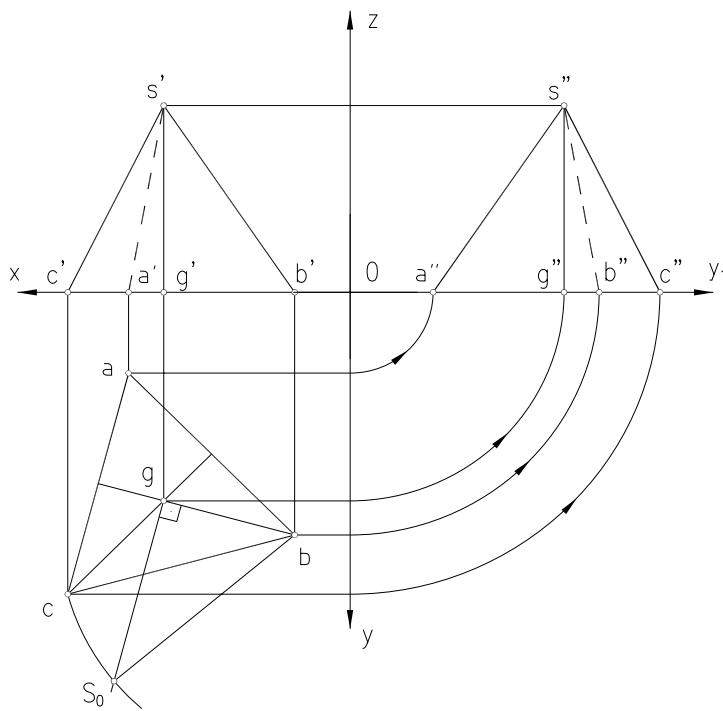
1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.2.14).

Tabelul 2.4

Varianta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punctul											
A	x	5	10	15	15	20	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	40	45	50	55	60
	z	30	25	35	15	40	15	10	20	10	20
B	x	40	45	50	55	60	0	0	0	0	0
	y	0	0	0	0	0	5	10	15	15	20
	z	15	10	20	10	20	30	25	35	15	40
ABC \in		[V] $z_C > z_B$					[L] $z_C > z_A$				
Varianta		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Punctul											
A	x	40	45	50	55	60	5	10	10	15	10
	y	10	15	20	25	30	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	30	20	35	35	15
B	x	5	10	10	15	10	40	45	50	55	60
	y	30	20	35	35	15	0	0	0	0	0
	z	0	0	0	0	0	10	15	20	25	30
ABC \in		[H] $y_C > y_B$					[V] $z_C > z_B$				

Tabelul 2.4
continuare

Varianta		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Punctul											
A	x	0	0	0	0	0	40	45	50	55	45
	y	40	45	50	55	60	15	10	20	10	15
	z	10	15	20	25	30	0	0	0	0	0
B	x	0	0	0	0	0	5	10	15	15	10
	y	5	10	10	15	10	30	25	35	15	40
	z	30	20	35	35	15	0	0	0	0	0
ABC \in		[L] $z_C > z_A$					[H] $y_C > y_B$				



$$A(45,15,0) \in [H] \quad B(10,40,0) \in [H] \quad y_c > y_B$$

Enunt: Sa se reprezinte proiectiile tetraedrului regulat [SABC] cu latura |AB| si baza [ABC] situata intr-un plan de proiectie

Tema nr. 2.3.2	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Drepte particulare
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig.2.14