

GEOMETRIE DESCRIPTIVA

ÎNDRUMAR DE LABORATOR ȘI TEME

Coordonator
Prof. dr.ing. Elena Lidia Gageonea

2006

©2006 EDITURA UNIVERSITĂȚII TRANSILVANIA BRAȘOV

Adresa: 500091 Brașov,
Str. Iuliu Maniu, Nr. 41A
Tel :0268 - 47 60 50 ; Fax : 0268-47 60 51
E-mail : editura@unitbv.ro



Tipărit la:
Tipografia Universității "Transilvania" din Brașov
B-dul Eroilor 9
tel/fax: 0268 47 53 48

Toate drepturile rezervate

Editură acreditată de CNCIS

Adresa nr.1615 din 29 mai 2002

Referenți științifici: Prof. univ. dr. Ramona CLINCIU

Descriere CIP a Bibliotecii Naționale a României
GAGEONEA, ELENA LIDIA

**Geometrie descriptivă : îndrumar de laborator
și teme / Elena Lidia Gageonea, Mihaela Urdea, Mihaela
Rodica Clinciu. – Brașov : Editura Universității
"Transilvania", 2006**

ISBN (10) 973-635-752-X ; ISBN (13) 978-973-
635-752-7

I. Urdea, Mihaela

II. Clinciu, Mihaela Rodica

514.18(075.8)(076)

PREFAȚĂ

Geometria descriptivă fiind o disciplină de cultură tehnică generală contribuie la dezvoltarea vederii în spațiu și creativității specialiștilor din domeniul tehnic, prin însușirea raționamentului geometric și a principiilor reprezentării plane a spațiului.

Acest îndrumar de laborator și teme pentru geometrie descriptivă este adresat studenților anilor întâi de la facultățile și colegiile universitare tehnice.

Prin problemele prezentate se intenționează stimularea și ajutorarea studenților în aprofundarea noțiunilor de geometrie descriptivă, disciplină de bază pentru orice specialist din domeniul tehnic.

În acest sens se face o recapitulare succintă a părții teoretice a disciplinei de geometrie descriptivă, pentru fiecare capitol predat la curs, recapitulare urmată de un număr minim de lucrări de laborator și teme, corespunzător orelor, din nefericire din ce în ce mai puține, atribuite acestei discipline fundamentale.

Fiecare lucrare de laborator și temă cuprinde un număr de 30 (treizeci) de exemple numerice, care permit, prin forma tabelară în care au fost concepute, un studiu individual.

Problemele prezentate sunt urmate de un model exemplificat, cu date numerice concrete, alese din variantele propuse, precum și indicații detaliate pentru rezolvare.

Îndrumarul de laborator și teme cuprinde aplicații la următoarele capitole:

- 1. Reprezentarea punctului;
- 2. Dreapta;
- 3. Planul;
- 4. Metodele geometriei descriptive;
- 5. Poliedre;
- 6. Conul și cilindrul;
- 7. Suprafețe de rotație;
- 8. Intersecția corpurilor geometrice.

În cadrul fiecărui capitol complexitatea lucrărilor și temelor prezentate permit prin rezolvarea lor, o însușire cât mai ușoară a geometriei descriptive, disciplină de bază în pregătirea inginerescă.

Utilizarea computerului în redactarea, desenarea și rezolvarea problemelor prezentate, ne determină să prefigurăm și rezolvarea altor probleme de geometrie descriptivă cu ajutorul diverselor sisteme de grafică computerizată, ca fiind iminentă.

In scopul uniformizării modului de exprimare s-au utilizat notațiile și simbolurile folosite la cursul de geometrie descriptivă.

La elaborarea lucrării, autoarele s-au străduit să valorifice experiența didactică și științifică acumulată la această disciplină , pe parcursul mai multor ani de studiu și de practică.

De aceea această culegere de probleme se adresează în egală măsură și celor ce lucrează în proiectare, prin rezolvarea unor probleme practice frecvent întâlnite în această activitate.

Lucrarea a fost elaborată de autoare împreună la toate capitolele, coordonarea fiind asigurată de prof.dr.ing.Elena Lidia Gageonea.

GEOMETRIE DESCRIPTIVĂ

ÎNDRUMAR DE LABORATOR ȘI TEME

Îndrumarul conține o prezentare succintă a noțiunilor minime de geometrie descriptivă, cu referire la reprezentarea în dubla și tripla proiectie ortogonală, începând cu reprezentarea punctului până la intersecțiile de corpuri geometrice.

Lucrările de laborator sunt exemplificate și personalizate pentru fiecare student.

Pentru redactarea lucrării, în scopul acurateții graficii și a facilităților pe care le oferă, s-a folosit AutoCAD-ul 2006 și Word 2003.

Notațiile și simbolurile folosite sunt cele caracteristice atât geometriei descriptive, geometriei plane și în spațiu cât și teoriei mulțimilor.

Îndrumarul s-a elaborat pe baza studierii unei ample bibliografii cât și a experienței didactice și de cercetare a autoarelor.

Această culegere de probleme se adresează în egală măsură studenților din învățământul tehnic cât și specialiștilor din domeniul proiectării.

DESCRIPTIVE GEOMETRY

LABORATORY AND HOMEWORKS GUIDANCE

The present work contains the minimum concepts of the descriptive geometry, concepts regarding the representation in double and triple orthogonal projection of the: point, line, plane, polyhedrons, cylinders and cones, surfaces of revolution, intersection between geometrical solids. It contains solved problems as well as problems proposed for solving.

Laboratory works is exemplified and personalized for each student.

In the graphical presentation of the work, AutoCAD and Word 2003 were used, due to their accuracy and facilities.

The notations and symbols used are specific for the descriptive geometry, the plane and solid geometry and also for the sets theory.

The laboratory and homeworks guidance was elaborated on the basis of the study of an ample bibliography and on the basis of the didactic and research experience of the authors.

This laboratory and homeworks guidance is addressed to the students in the technical universities and at the same time to specialized staff working in design.

CUPRINS

1. REPREZENTAREA PUNCTULUI	13
1.1 GENERALITĂȚI	13
1.2 LUCRĂRI DE LABORATOR	15
1.2.1 Reprezentarea punctului în epură-1	15
1.2.2 Reprezentarea punctului în epură-2	19
1.3 TEME	23
1.3.1 Reprezentarea punctelor simetrice -1	23
1.3.2 Reprezentarea punctelor simetrice -2	26
2. DREAPTA	29
2.1 GENERALITĂȚI	29
2.1.1 Proiecțiile dreptei	29
2.1.2 Drepte particulare	30
2.1.3 Pozițiile relative ale dreptelor în spațiu	33
2.2 LUCRĂRI DE LABORATOR	34
2.2.1 Reprezentarea dreptei	34
2.2.2 Drepte concurente și perpendiculare	37
2.3 TEME	40
2.3.1 Drepte perpendiculare	40
2.3.2 Drepte particulare	43
3. REPREZENTAREA PLANULUI	47
3.1 GENERALITĂȚI	47
3.1.1 Urmele planului	48
3.1.2 Dreaptă în plan	49
3.1.3 Plane particulare	50
3.1.4 Pozițiile relative ale planelor	56

3.1.5	Pozițiile relative ale drepte față de plan	57
3.2	VIZIBILITATEA ÎN EPURĂ	58
3.3	LUCRĂRI DE LABORATOR	60
3.3.1	Plan definit de două drepte concurente, $(D) \cap (D_1)$	60
3.3.2	Plan definit de o dreaptă oarecare și o frontală, $(D) \cap (F)$	63
3.3.3	Plan definit de o dreaptă orizontală și o dreaptă frontală	66
3.3.4	Intersecția unei drepte cu un plan	69
3.4	TEME	73
3.4.1	Perpendiculara pe planul $\Delta[ABC]$ (fără urme)	73
3.4.2	Intersecția a două plăci triunghiulare $[ABC] \cap \Delta[MNP]$	77
3.4.3	Construcția unui triunghi isoscel $[ABC]$ într-un plan $[P]$	81
3.4.4	Intersecția a două plane $[P] \cap [Q]$	85
4.	METODELE GEOMETRIEI DESCRIPTIVE	89
4.1	GENERALITĂȚI	89
4.1.1	Metoda schimbării planelor de proiecție	89
4.1.1.1	Metoda schimbării planului vertical de proiecție $[V]$	89
4.1.1.2	Metoda schimbării planului orizontal de proiecție $[H]$	93
4.1.2	Metoda rotației	95
4.1.2.1	Rotația de nivel	95
4.1.2.2	Rotația de front	98
4.1.3	Metoda rabaterii	101
4.1.3.1	Rabaterea în planul orizontal $[H]$	101
4.1.3.2	Rabaterea în planul vertical $[V]$	103
4.1.3.3	Rabaterea planelor proiectante pe planul $[H]$	105
4.1.3.4	Rabaterea planelor proiectante pe planul $[V]$	106
4.1.4	Ridicarea rabaterii	107
4.2	LUCRĂRI DE LABORATOR	108
4.2.1	Schimbarea de plan pentru o dreaptă	108
4.2.2	Rotația unui plan $[P]$	111
4.2.3	Determinarea adevăratei mărimi a unui $\Delta[ABC]$ prin rabatere.	114
4.2.4	Prismă dreptă cu baza într-un plan $[P]$	117

4.3	TEME	121
4.3.1	Distanța dintre două plane paralele	121
4.3.2	Distanța dintre două plane paralele	123
4.3.3	Distanța dintre două plane paralele	128
4.3.4	Ridicarea rabaterii într-un plan proiectant	132
5.	POLIEDRE	135
5.1	GENERALITĂȚI	135
5.1.1	Secțiuni prin poliedre	137
5.1.2	Desfășurarea poliedrelor	138
	<i>a.</i> Desfășurarea unei prisme	138
	<i>b.</i> Desfășurarea unei piramide	140
5.1.3	Intersecția unui poliedru cu o dreaptă	141
	<i>a.</i> Intersecția unei drepte cu o prismă	141
	<i>b.</i> Intersecția unei drepte cu o piramidă	142
5.2	LUCRĂRI DE LABORATOR	144
5.2.1	Secționarea și desfășurarea unei piramide drepte.	144
5.2.2	Construirea unei piramide cu baza într-un plan <i>[P]</i>	147
5.3	TEME	151
5.3.1	Secționarea și desfășurarea unei piramide oblice	151
5.3.2	Desfășurarea unui trunchi de piramida dreaptă	155
5.3.3	Secționarea și desfășurarea unei prisme oblice	158
	Secționarea și desfășurarea unei prisme drepte	162
6.	CONUL ȘI CILINDRUL	165
6.1	GENERALITĂȚI	165
6.2	LUCRĂRI DE LABORATOR	169
6.2.1	Secționarea și desfășurarea unui con circular drept	169
6.3	TEME	172
6.3.1	Secționarea și desfășurarea unui cilindru oblic	172
7.	SUPRAFETE DE ROTAȚIE	175
7.2	LUCRĂRI DE LABORATOR	178
7.2.1	Secționarea unei sfere cu un plan proiectant	178

8.	INTERSECȚIA CORPURI LOR GEOMETRICE	181
8.1	GENERALITĂȚI	181
8.2	INTERSECȚIA POLIEDRELOR	182
8.2.1	Intersecția a două prisme	182
8.2.2	Intersecția a două piramide	183
8.2.3	Intersecția unei piramide cu o prismă	184
8.3	INTERSECȚIA SUPRAFETELOR CILINDRO- CONICE	185
8.3.1	Intersecția a doi cilindri	185
8.3.1.1	Intersecției a doi cilindri circulari oblici	185
8.3.1.2	Intersecției a doi cilindri circulari drepți cu axele concurente și perpendiculare	187
8.3.2	Intersecția a două conuri	190
8.4	INTERSECȚIA POLIEDRELOR CU SUPRAFETE DE ROTAȚIE	192
8.5	LUCRĂRI DE LABORATOR	195
8.5.1	Intersecția a două prisme	195
8.5.2	Intersecția unei prisme cu o piramidă	200
8.5.3	Intersecția a doi cilindri circulari drepți	205
8.6.	TEME	209
8.6.1	Intersecția a două piramide	209
8.6.2	Intersecția unui cilindru cu un con	214
8.6.3	Intersecția a două prisme	218
8.6.4	Intersecția unei prisme cu un con	223
9.	BIBLIOGRAFIE	227

NOTAȚII ȘI SIMBOLURI

$A, B, C,$	puncte din spațiu
$a, b, c,$	proiecțiile punctelor $A, B, C \dots$, pe planul orizontal $[H]$ de proiecție
$a', b', c',$	proiecțiile punctelor $A, B, C \dots$, pe planul vertical $[V]$ de proiecție
$a'', b'', c'',$	proiecțiile punctelor $A, B, C \dots$, pe planul lateral $[L]$ de proiecție
$A(a, a', a'')$	punctul A , având proiecțiile a, a' și a''
$B(x_B, y_B, z_B)$	punctul B , având coordonatele descriptive: abscisa x_B , depărtarea y_B și cota z_B
$A=B$	se citește: punctele A și B coincid
$\{A, B, C, \dots\}$	mulțimea punctelor A, B, C, \dots
$(D); (AB)$	dreapta (D) din spațiu, respectiv dreapta definită de punctele A și B din spațiu
$(D)(d, d', d'')$	dreapta (D) având proiecțiile: $(d), (d')$ și (d'')
$(D_1)=(D_2)$	se citește: dreptele (D_1) și (D_2) coincid și laterală (d'')
$/AB/$	segmentul deschis, dintre punctele A și B (mulțimea punctelor situate între A și B)
$//AB//$	distanța dintre punctele A și B (lungimea segmentului $/AB/$)
\perp	unghiul drept
$(I)(\gamma, \gamma', \gamma'')$	curba (I) , având proiecțiile $(\gamma), (\gamma')$ și (γ'')
$(C)(O, r)$	cercul de centru O și rază r
$(C)(c, c', c'')$	cercul (C) , având proiecțiile $(c), (c'), (c'')$
$[P]$	planul $[P]$
$[A, B, C]$	planul definit de punctele necoliniare A, B și C ;
$[(AB), C]$	planul definit de o dreaptă (AB) și punctul exterior ei C ;
$[(D_1) \cap (D_2)]$	planul definit de dreptele concurente (D_1) și (D_2)
$[(D_1) // (D_2)]$	planul definit de dreptele paralele (D_1) și (D_2)
$[P](P_h, P_v, P_l)$	planul $[P]$ având urmele: orizontală (P_h) , verticală (P_v) și laterală (P_l)

$\triangle ABC$	triunghiul ABC
$[ABCA_1B_1C_1]$	prisma având ca vârfuri punctele A, B, C, A_1, B_1, C_1
$[SABC]$	piramida având vârful S și baza $[A, B, C]$
$S(O, r)$	sfera de centru O și rază r
//	paralel; $(D_1) \parallel (D_2)$: dreapta (D_1) este paralelă cu dreapta (D_2)
\perp	perpendicular; $(D) \perp [P]$; dreapta (D) este perpendiculară pe planul $[P]$
\cong	congruență; $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$
$>; <; =; \neq$	relații de ordine: mai mare; mai mic; egalitate; neegalitate
<u>def</u>	egalitate prin definiție; $[P] \cap [(D_1) \cap (D_2)]$; planul $[P]$ este definit de dreptele concurente (D_1) și (D_2)
\sim	asemănare; $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$; triunghiul ABC este asemenea cu triunghiul $A_1B_1C_1$
\rightarrow	corespondență univocă
\leftrightarrow	corespondență biunivocă
\Rightarrow	implicație logică: $\angle A \cong \angle B, \angle B \cong \angle C \Rightarrow \angle A \cong \angle C$
$\wedge; \vee$	operatori logici; $A \wedge B$: A și B ;
$(D_1) \vee (D_2)$	dreapta (D_1) sau (D_2)
\in	apartenență; $A \in (D)$: punctul A aparține dreptei (D)
$\subset; \supset$	incluziune (conținere); $(D) \subset [P]$; dreapta (D) este conținută de planul $[P]$; $[P] \supset (D)$: planul $[P]$ conține dreapta (D)
\cup	reuniune de mulțimi; $(D) \text{ def } [A \cup B] \wedge A \neq B$: dreapta (D) este definită de punctele distincte A și B
\cap	intersecție de mulțimi; $(D) \text{ def } [P] \cap [Q]$: dreapta (D) este definită de intersecția planelor $[P]$ și $[Q]$
\emptyset	mulțimea vidă

Alfabetul grecesc: α, A (alfa); β, B (beta); γ, Γ (gama); δ, Δ (delta); ε, E (epsilon); ζ, Z (zeta); η, H (eta); θ, T (theta); ι, I (ieta); χ, K (kapa); λ, Λ (lambda); μ, M (miu); ν, N (niu); ξ, Ξ (csi); \omicron, O (omicron); π, Π (pi); ρ, P (rho); τ, Σ (sigma);