

8. INTERSECȚIA CORPURILOR GEOMETRICE

8.1.GENERALITĂȚI

Două corpuri geometrice se intersectează după una sau două linii poligonale sau curbe închise. Acestea sunt în general spațiale și sunt formate din mulțimea punctelor comune suprafețelor celor două corpuri.

Corpurile geometrice se pot intersecta prin rupere (intersecția este formată dintr-o singură linie spațială) (fig.8.1) sau pătrundere (intersecția este formată din două linii) (fig.8.2).

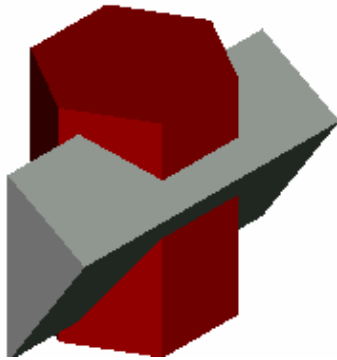


Fig.8.1



Fig.8.2

Pentru determinarea liniei de intersecție se utilizează suprafețe auxiliare. Acestea se aleg astfel încât intersecțiile cu suprafețele corpurilor date să fie clare și ușor de construit.

Suprafețele auxiliare, frecvent folosite, sunt plane sau suprafețe sferice. Intersecția celor două corpuri este delimitată de suprafețe auxiliare, denumite suprafețe auxiliare limită.

Pentru determinarea liniilor de intersecție se parcurg următoarele etape:

- determinarea suprafețelor auxiliare necesare, care se aleg în funcție de corpurile intersectate și de poziția lor în spațiu,
- stabilirea tipului de intersecție, cu ajutorul suprafețelor limită,
- determinarea punctelor de intersecție,
- unirea punctelor comune (prin metoda mobilului sau a digramelor desfășurate convenționale),
- determinarea vizibilității intersecției.

8.2. INTERSECȚIA POLIEDRELOR

Intersecția a două poliedre se poate obține prin două metode:

prin vârfuri și

prin laturi.

În general se preferă prima metodă datorită simplității construcțiilor.

8.2.1. Intersecția a două prisme

Planele auxiliare folosite la intersecția a două prisme sunt plane care conțin muchiile prismelor și sunt paralele cu direcțiile muchiilor acestora (fig.8.3).

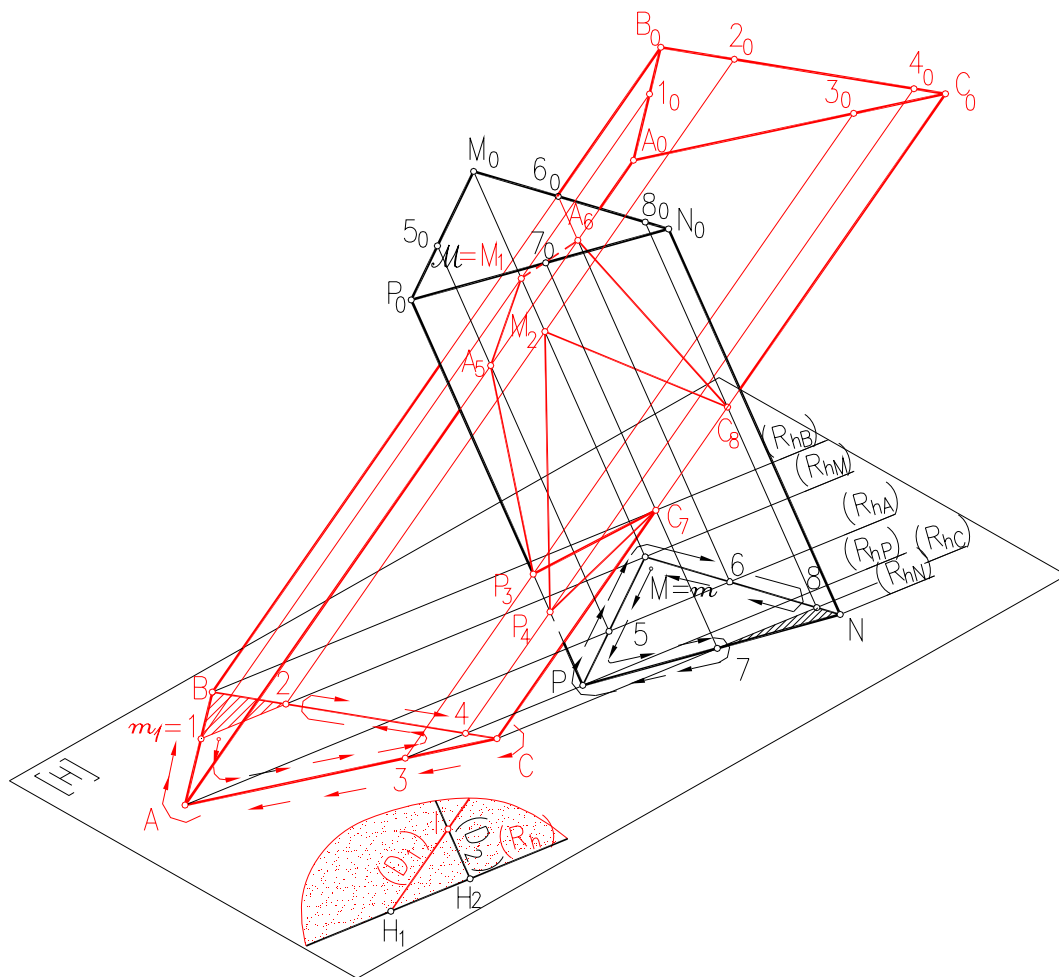


Fig. 8.3

Pentru a le construi se alege un punct I exterior celor două prisme prin care se duc dreptele (D_1) și (D_2) paralele cu muchiile prismelor. Urma orizontală a planului definit de cele două drepte (D_1) și (D_2) , va de direcția urmelor planelor auxiliare utilizate. Dacă aceste plane, care trec prin muchia unei prisme, intersectează poligonul de bază a celeilalte prisme se numesc *plane auxiliare utile*. Dintre aceste plane, cele care delimitează intersecția se numesc *plane auxiliare limită*. Suprafețele bazelor situate în afara acestora se numesc *zone interzise* (fig.8.3)

8.2.2. Intersecția a două piramide

Planele auxiliare utilizate la intersecția a două piramide sunt construite prin muchiile piramidelor și prin dreapta care conține cele două vârfuri. Urmele orizontale ale acestor plane sunt concurente într-un punct, numit *punct de convergență* (fig.8.4)

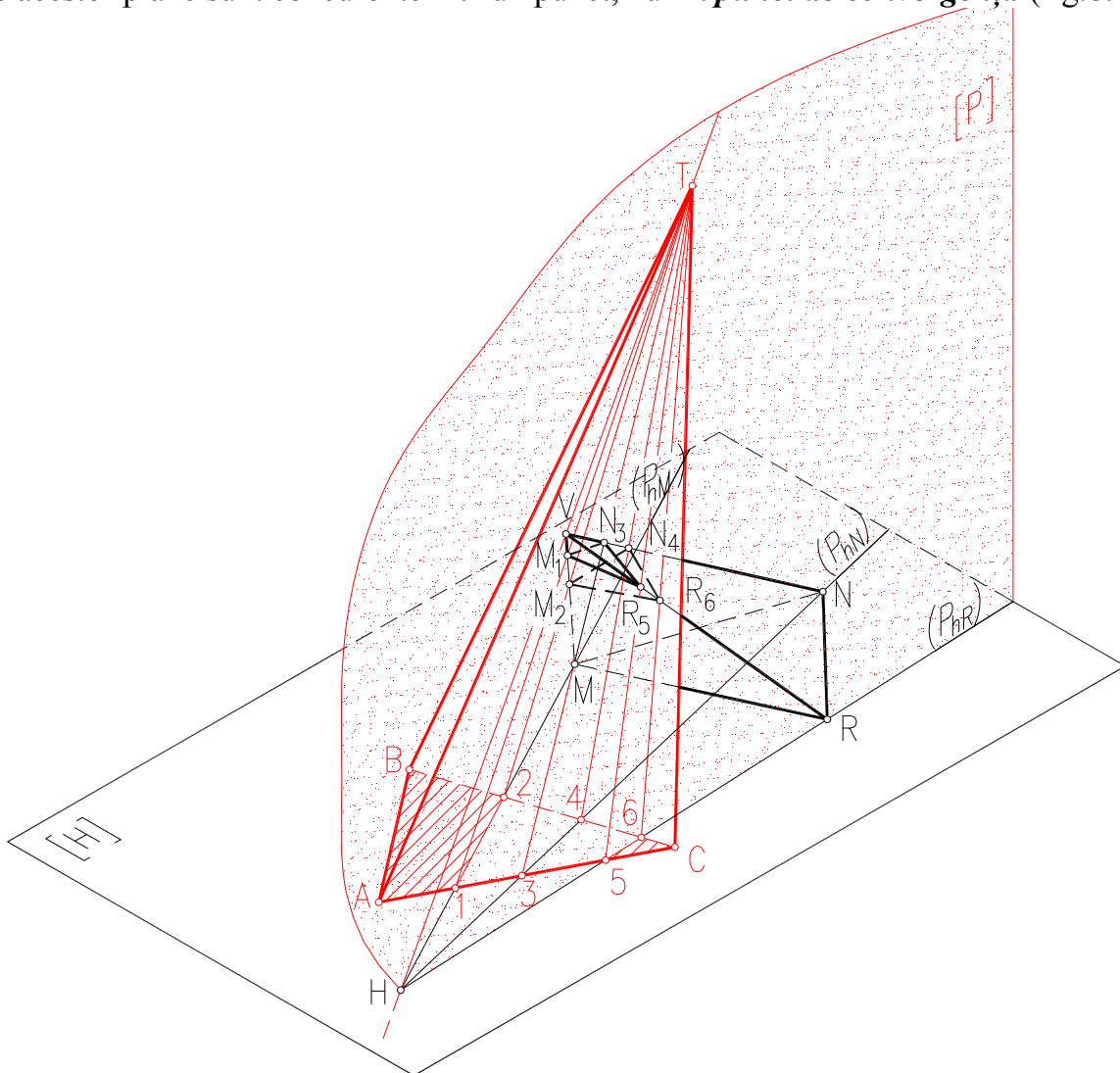


Fig.8.4

8.2.3. Intersecția unei piramide cu o prismă.

Plane auxiliare folosite la intersecția unei piramide cu o prismă, trec prin vârful piramidei și sunt paralele cu muchiile laterale ale prisme (fig.8.5)

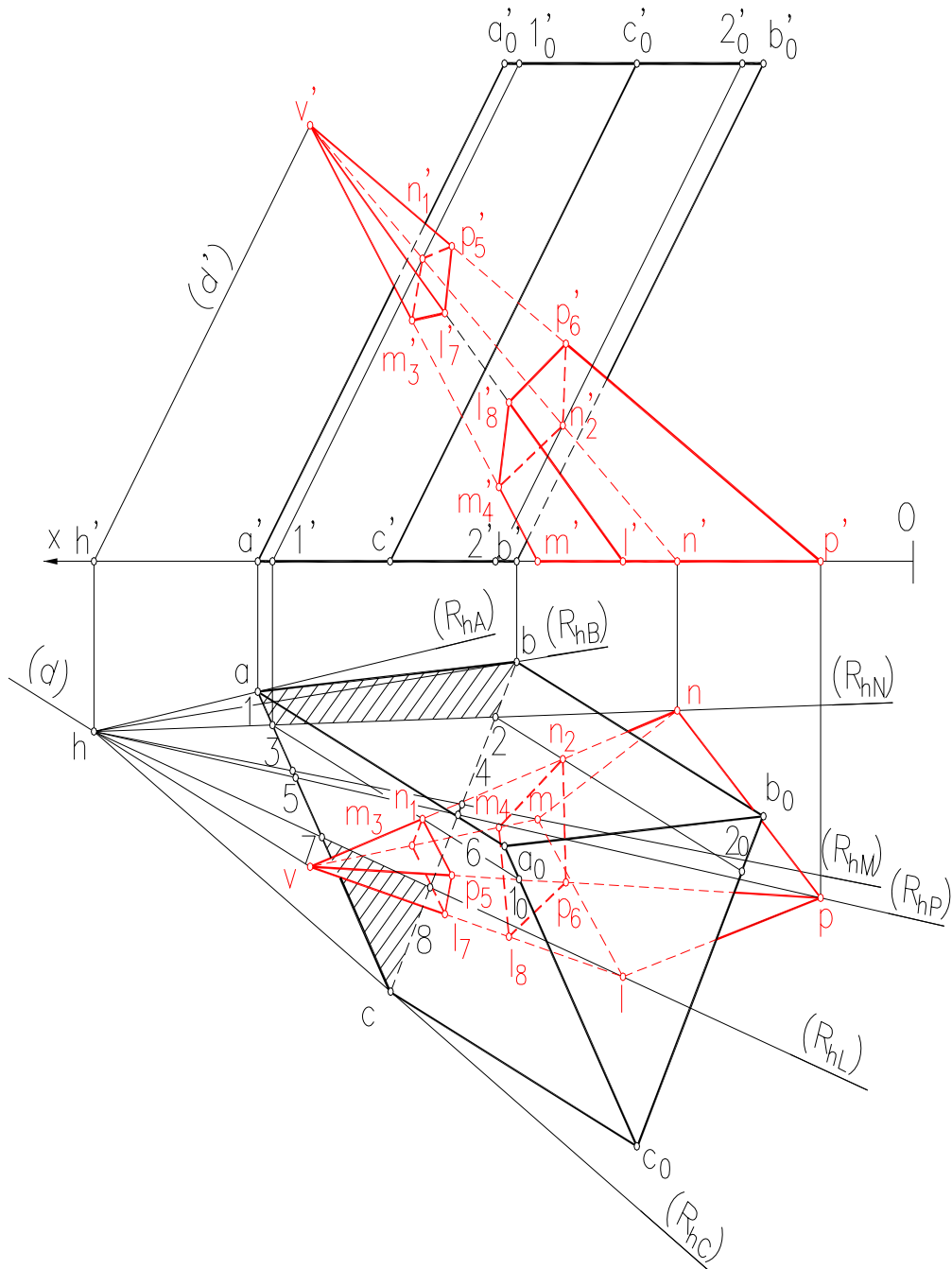


Fig.8.5

8.3. INTERSECȚIA SUPRAFETELOR CILINDRO-CONICE

Prin analogie, linia sau liniile de intersecție dintre două suprafețe cilindro-conice, suprafețe care au generatoare rectilinii, reprezintă mulțimea punctelor de intersecție ale generatoarelor unei suprafețe cu cealaltă suprafață. Rezolvarea intersecției se reduce, deci, la determinarea punctelor de intersecție dintre generatoarele unei suprafețe cu cealaltă suprafață. Pentru determinarea unor puncte curente ale liniei de intersecție se utilizează plane auxiliare, ca și în cazul poliedrelor, asimilând cilindrul unei prisme și conul unei piramide cu un număr infinit de muchii.

Modul de unire a punctelor liniilor de intersecție precum și determinarea vizibilității lor, se poate realiza prin două metode:

- *metoda mobilului* și

- *metoda diagramelor desfășuratelelor convenționale.*

Datorită simplității este preferată metoda diagramelor desfășuratelelor convenționale, care se construiește avându-se în vedere următoarele reguli:

- se reprezintă numai generatoarele laterale ale celor două suprafețe cilindro-conice, fără a lua în considerare lungimile lor și distanța dintre ele;
- generatoarele celor două suprafețe cilindro-conice se consideră perpendiculare între ele;
- generatoarele care nu participă la intersecție sunt așezate la periferia diagramei;
- se unesc punctele situate pe aceeași față;
- nu se unesc punctele situate pe aceeași generatoare.

Pe aceste diagrame sunt notate cu v fețele vizibile și cu i cele invizibile

8.3.1. Intersecția a doi cilindri

8.3.1.1. Intersecției a doi cilindri circulari oblici

Pentru determinarea intersecției a doi cilindri circulari oblici având axele (O_1O_2) respectiv (O_3O_4) și bazele în planul de proiecție $[H]$ (fig. 8.6), se alege un punct arbitrar I prin care se trasează dreptele (D_1) și (D_2) paralele cu generatoarele celor doi cilindri. Aceste drepte definesc planul $[P]$, având urma orizontală (Ph) și este paralel cu generatoarele celor doi cilindri. Urma (Ph) definește direcția urmelor orizontale $(Ph_A), (Ph_B), \dots, (Ph_F)$ ale planelor auxiliare de secțiune, paralele cu (Ph) .

Aceste urme sunt trasate începând cu urmele planelor auxiliare limită (Ph_A) și (Ph_F) tangente la cercul de bază al cilindrului de axă (O_1O_2) .

Planul limită $[P_A](Ph_A)$ este tangent la cilindrul de axă (O_1O_2) după generatoarea ce trece prin punctul A al bazei și secționează cilindrul de axă (O_3O_4) după generatoarele ce trec prin punctele 1 și 2 ale bazei.

De asemenea, planul $[P_F](Ph_F)$ este tangent la cilindrul de axă (O_1O_2) după generatoarea ce trec prin F și secționează cilindrul de axă (O_3O_4) după generatoarele ce trec prin punctele 11 și 12 . Întrucât planele limită determină zone interzise numai pe baza cilindrului de axă (O_3O_4) rezultă că intersecția este o *pătrundere*.

Urmele celorlalte plane auxiliare utile $(Ph_B)...(Ph_F)$ sunt trasate prin fiecare dintre generatoarele de contur aparent ale celor doi cilindri. Fiecare din aceste plane determină câte două generatoare de secțiune pe fiecare cilindru, iar intersecția acestor generatoare definesc puncte situate pe curbele de intersecție.

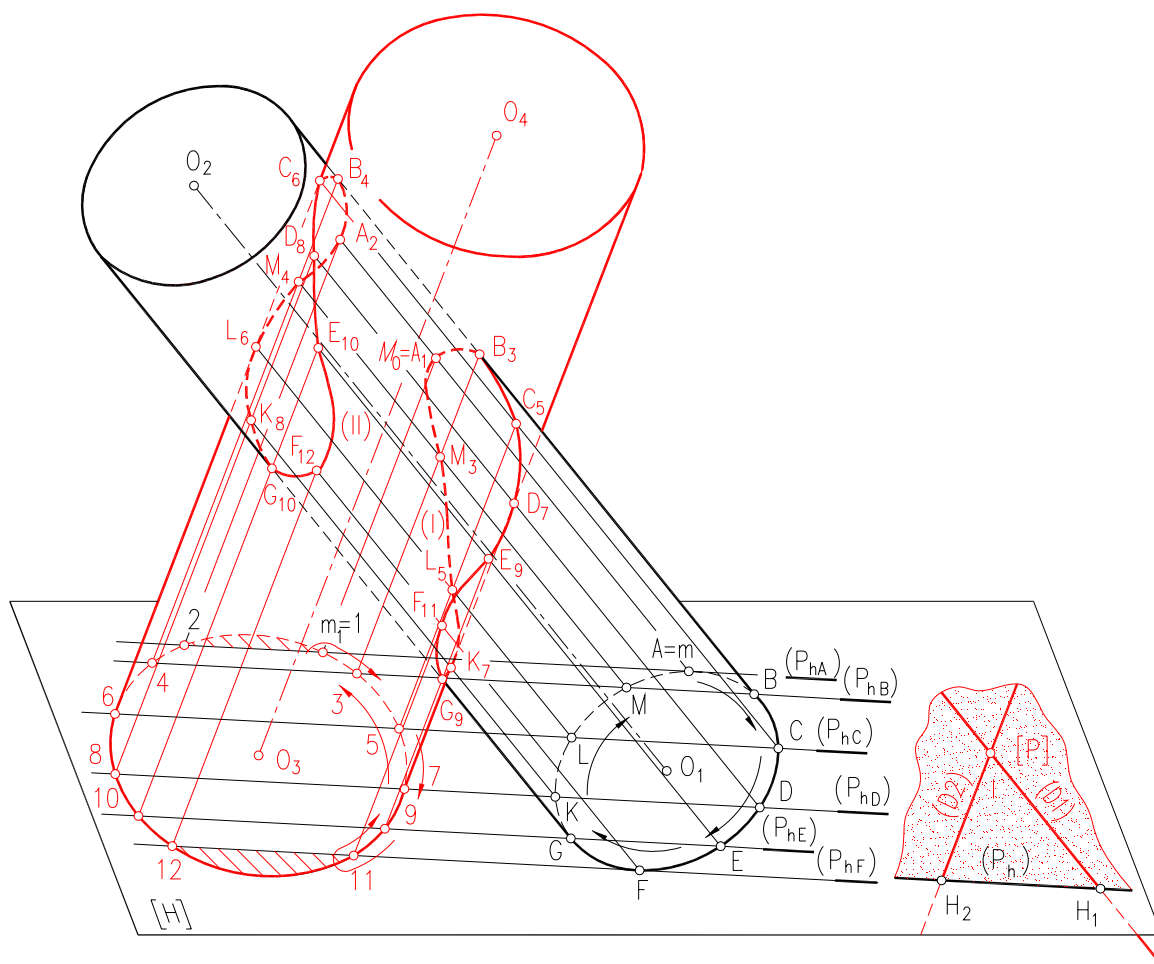


Fig.8.6

Astfel, planul $[P_B](Ph_B)$ intersecționează cilindrul (O_1O_2) după generatoarele din B și M , iar cilindrul (O_3O_4) după generatoarele din 3 și 4 . Punctele situate pe curbele de intersecție sunt:

$B_3=(B)\cap(3)$; $B_4=(B)\cap(4)$; $M_3=(M)\cap(3)$; $M_4=(M)\cap(4)$. Analog se determină și celelalte puncte ale curbelor de intersecție. Punctele B_3 și B_4 sunt *puncte limită*, adică puncte în care curbele de intersecție sunt tangente la conturul aparent al cilindrului de axă (O_1O_2) .

Ordinea de unire a punctelor astfel obținute, cât și vizibilitatea punctelor de intersecție, se determină utilizând, la fel ca și în cazul intersecției poliedrelor, metoda mobilului sau metoda diagramelor desfășuratele convenționale .

8.3.1.2. Intersecției a doi cilindri circulari drepti cu axele concurente și perpendiculare.

Acest tip de intersecție se poate realiza prin două metode:

a- utilizând ca suprafață auxiliară sfera

În acest caz curbele de intersecție sunt construite numai în proiecție verticală(fig.8.7).Cei doi cilindri circulari drepti au centrele bazelor O_1 , respectiv O_2 cu axele concurente și perpendiculare.

Punctele a' , e' , a'_{01} , e'_{01} ale curbelor de intersecție sunt determinate de intersecția generatoarelor de contur aparent ale celor doi cilindri. Pentru determinarea celorlalte puncte ale intersecției, se intersectează cei doi cilindri cu sfere având centrul în punctul de concurență ω' a axelor celor doi cilindri.

Suprafața sferică auxiliară limită, având centrul în ω' și raza minimă R_1 , este înscrisă în cilindrul cu diametrul cel mai mare (cilindrul cu axa fronto-orizantală). Această sferă este tangentă la cilindrul cu axa fronto-orizantală după un cerc care se proiectează total deformat, după diametrul $/I'I'_{01}/$ și secționează cilindrul cu axa verticală după două cercuri ce se proiectează după diametrele $/I'_2-I'_2/$ și $/2'_{02}-2'_{02}/$. Aceste trei cercuri se intersectează în patru puncte situate pe curbele de intersecție, puncte care, în proiecție verticală, coincid două câte două: $c'_{01}=c'_1$ și $c'_0=c'_{01}$. Proiecțiile acestor puncte reprezintă vârfurile hiperbolei ce constituie proiecția verticală a curbelor de intersecție. Alte puncte curente ale curbelor de intersecție se obțin utilizând sfera de rază R_2 și același centru ω' . Punctele f' , g' , f'_0 și g'_0 se obțin cu ajutorul sferei de rază R_3 . Aceste puncte sunt imaginare și servesc la trasarea mai exactă a proiecțiilor curbelor de intersecție.

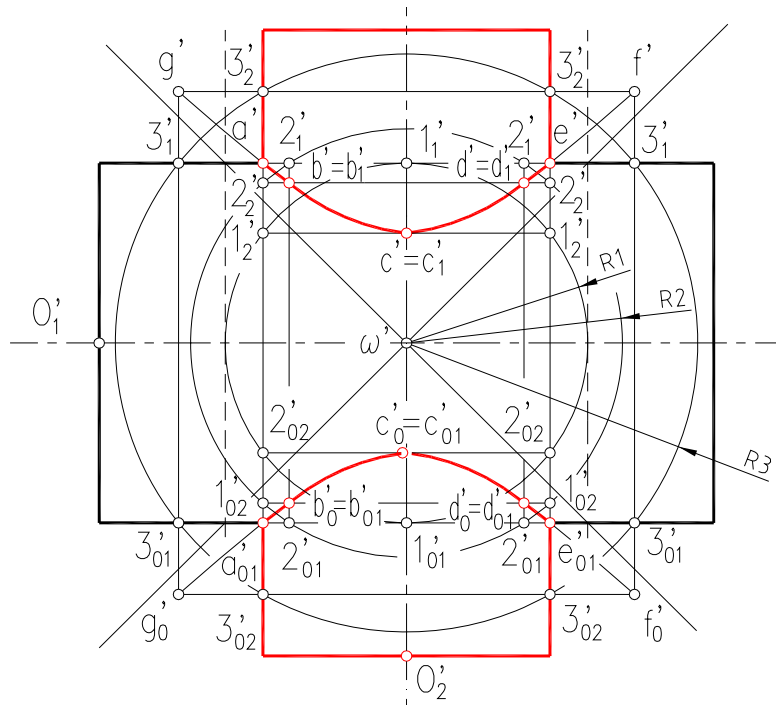


Fig.8.7

În fig. 8.8 este prezentată intersecția a doi cilindri de rotație cu axe ortogonale și având diametrele egale. Proiecțiile curbelor de intersecție se construiesc respectând aceeași metodică, prezentată mai sus. Se observă că în acest caz curbele de intersecție se proiectează complet deformat, după două drepte concurente.

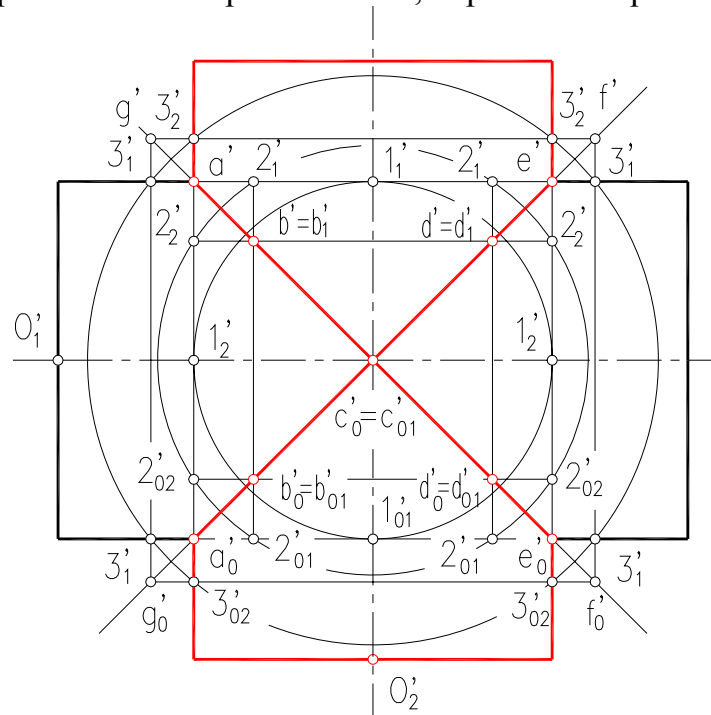


Fig.8.8

b. Prin cea de a doua metodă, mai generală curbele de intersecție sunt construite în toate cele trei proiecții (fig.8.9). Cei doi cilindri circulari drepecți au centrele bazelor O_1 , respectiv O_2 , cu axele concurente și perpendiculare; se utilizează ca plane auxiliare planele paralele cu axele celor doi cilindri.

Un cilindru are axa fronto-orizontala (O_1O_2) și baza în planul $[L]$, iar cel de al doilea cilindru are axa o dreaptă de capăt (O_3O_4) și baza în planul $[V]$.

Planele auxiliare utilizate sunt plane frontale $[F_1]$, $[F_2]$, $[F_3]$, paralele cu axele celor doi cilindri. Acestea secționează fiecare cilindru după câte un dreptunghi. Punctele curbei de intersecție se vor situa la intersecțiile dreptunghiurilor.

Ordinea de unire a punctelor curbei de intersecție urmărește succesiunea planelor auxiliare. Vizibilitatea s-a determinat în funcție de vizibilitatea generatoarelor pe care se află punctele curbei de intersecție a celor doi cilindri (fig.8.9).

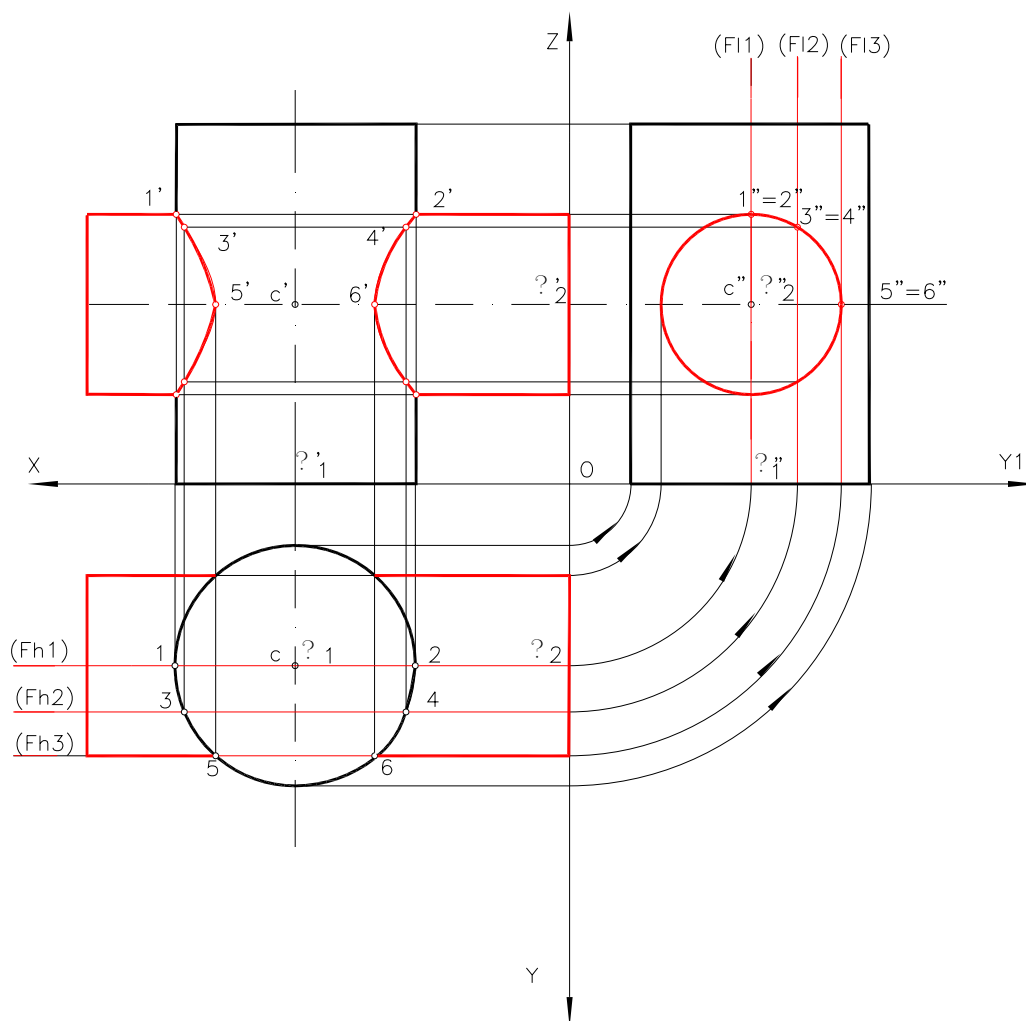


Fig.8.9

8.3.2. Intersecția a două conuri

Pentru rezolvarea intersecției a două conuri circulare oblice (fig.8.10) cu bazele situate în planul de proiecție $[H]$ și vârfurile $S_1(s_p, s'_1)$ și $S_2(s_2, s'_2)$, se utilizează ca plane auxiliare de secțiune plane care conțin dreapta $(D)(d, d')$ și unește cele două vârfuri S_1 și S_2 . Urmele horizontale ale acestor plane trec prin urma orizontală $H(h, h')$ a dreptei $(D)(d, d')$. Planele auxiliare secționează conurile după generatoarele acestora.

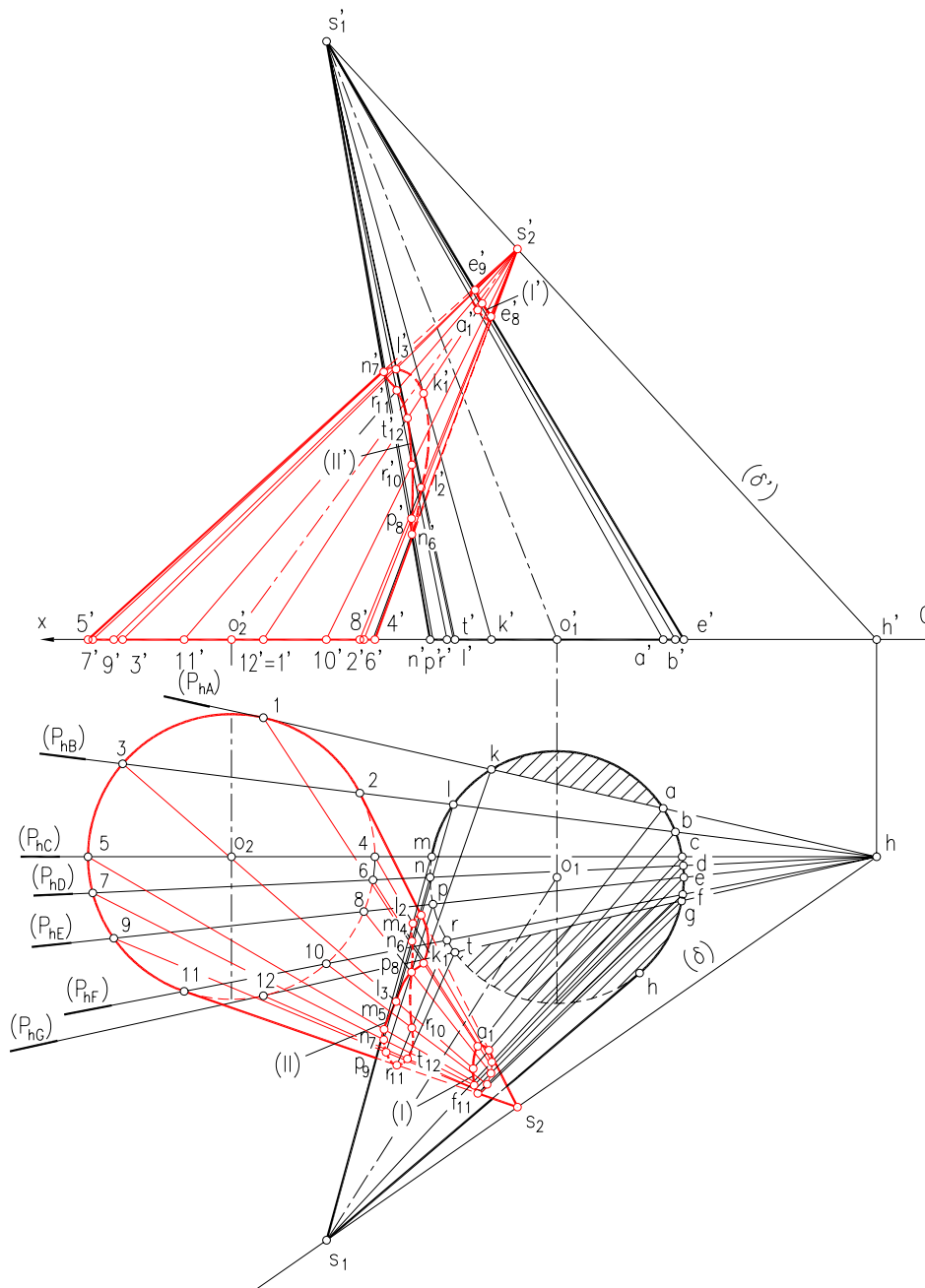


Fig.8.10

Planele auxiliare limită sunt $[P_A](Ph_A)$ și $[P_G](Ph_G)$. Întrucât aceste plane determină zone interzise numai pe baza conului având centrul $O_1(o_p, o'_1)$, rezultă că intersecția este o *pătrundere* (cu două curbe spațiale).

Punctele curente ale intersecției se obțin la intersecția generatoarelor unui con cu triunghiurile rezultate din secționarea celui alt con.

Ordinea de unire a punctelor curbelor de intersecție, cât și vizibilitatea acestora pe cele două plane de proiecție se poate obține și construind diagramele desfășuratelor convenționale ale celor două conuri.

8.3.3. Intersecția dintre un cilindru și un con

Fie cilindrul circular oblic având centrul bazei $O_2(o_2, o'_2)$, care se intersectează cu conul circular oblic având centrul bazei $O_1(o_p, o'_p)$ și vârful $S(s, s')$; ambele corpuri au bazele conținute în planul $[H]$ (fig.8.11).

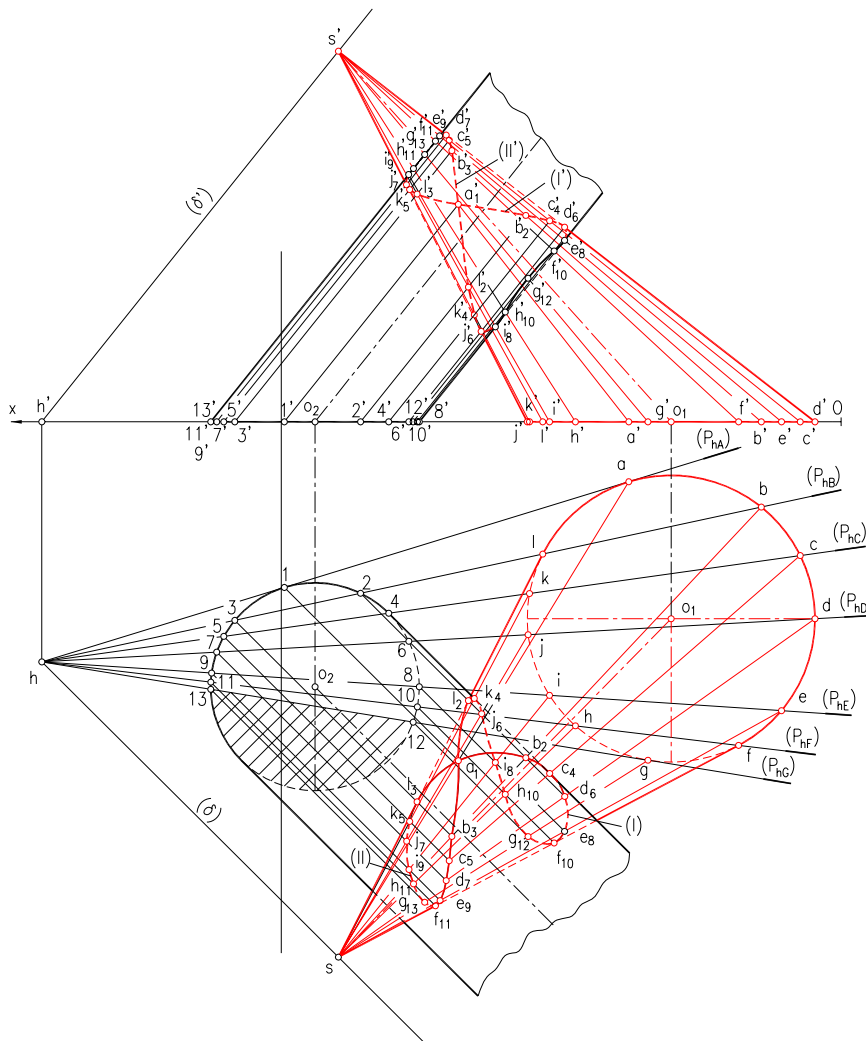


Fig.8.11

Pentru rezolvarea intersecției se utilizează plane auxiliare de secțiune care trec prin vârful $S(s, s')$ și sunt paralele cu generatoarele cilindrului. Aceste plane conțin dreapta $(D)(d, d')$, paralelă cu direcția generatoarelor cilindrului și trecând prin vârful $S(s, s')$ al conului. Urma orizontală h a acestei drepte reprezintă *punctul de convergență* al urmelor orizontale ale planelor auxiliare utilizate (v. subcap8.1.2).

Prin h se trasează, mai întâi, urmele planelor limită (Ph_A) și (Ph_G) . Se observă că urma (Ph_A) este tangentă, la ambele baze ale corpurilor, iar urma (Ph_G) determină o zonă interzisă doar pe baza cilindrului. Ca urmare, intersecția este o *pătrundere simplu-tangetială*, și este alcătuită din două curbe spațiale care admit un punct comun. Planul limită $[P_A](Ph_A)$ conține generatoarea de tangentă la con, cât și generatoarea de tangentă la cilindru. Intersecția acestor generatoare de tangentă determină punctul $A_1(a, a')$ comun celor două curbe de intersecție.

8.4. INTERSECȚIA POLIEDRELOR CU SUPRAFETE DE ROTAȚIE

8.5.1. Intersecția unei piramide cu un cilindru circular drept

Fie piramida patrulateră dreaptă $[SABCD]$ cu baza dreptunghiul $[ABCD]$ conținut în planul $[H]$ de proiecție și cilindrul circular drept cu baza de centru $O_1(o, o')$ situată în același plan $[H]$ de proiecție (fig.8.12).

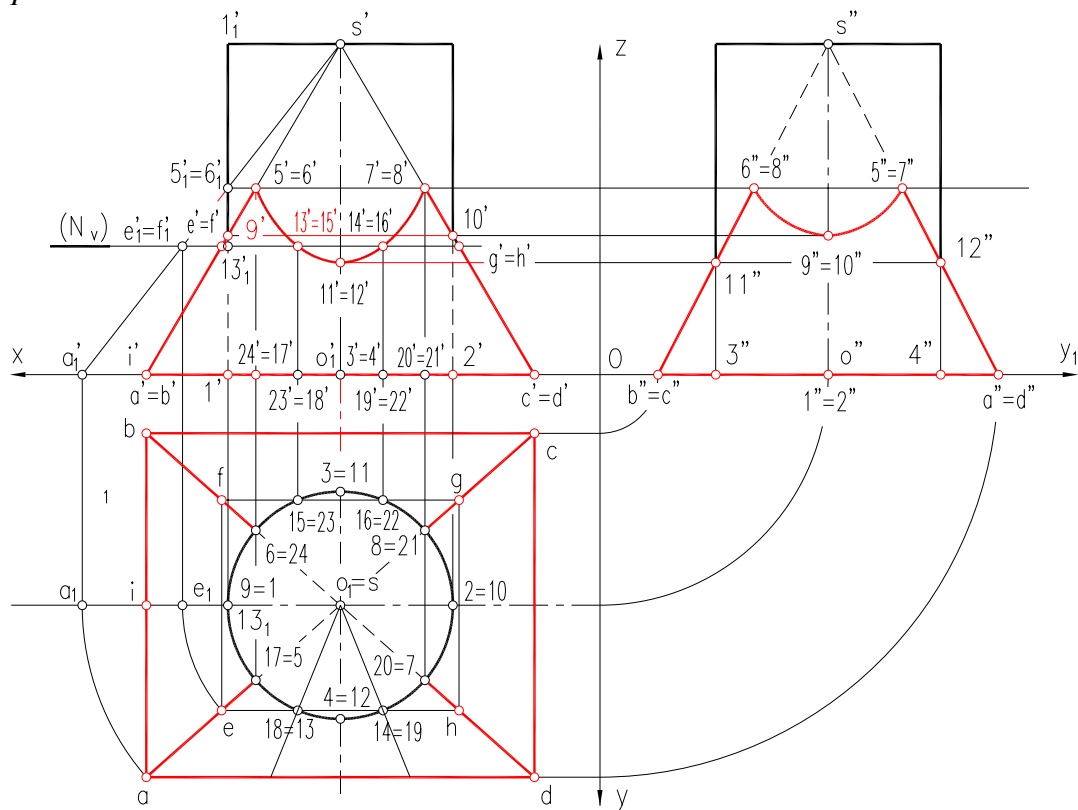


Fig.8.12

Pentru determinarea intersecției acestor corpuri se utilizează plane auxiliare de nivel.

Proiecțiile orizontale **5**, **6**, **7** și **8** ale punctelor de intersecție a muchiilor piramidei cu cilindrul se obțin direct în epură (fig.8.12,b). Utilizând linii de ordine, se determină și celelalte proiecții ale acestor puncte.

Proiecțiile verticale **9'** și **10'** ale vârfurilor curbelor de intersecție (segmente de elipsă) a fețelor **[SAB]** și **[SCD]** cu cilindrul și proiecțiile laterale **11'** și **12'** ale vârfurilor curbelor de intersecție a fețelor **[SBC]** și **[SAD]** cu același cilindru, se determină - de asemenea - direct în epură.

Planul de nivel **[N](N_v)** secționează piramida după dreptunghiul **[EFGH]**, iar cilindrul după un cerc care, în proiecție orizontală, se confundă cu baza cilindrului. Dreptunghiul și cercul de secțiune se intersectează în punctele **13**, **14**, **15**, **16**, situate pe curba de intersecție a corpurilor considerate.

În fig.8.13 este prezentată desfășurata suprafeței laterale a cilindrului, obținută în urma intersecției. Pe desfășurata cilindrului se trasează transformatele generatoarelor utilizate la construcția intersecției, aproximând lungimile arcelor de pe cercul de bază al cilindrului, cuprinse între două generatoare alăturate, prin lungimile coardelor corespunzătoare: $\text{arcu}l/1-17/ \cong /1_0-17_0/$, ..., $\text{arcu}l/24-1/ \cong /24_0-1_0/$.

Pentru construirea transformatei curbei de intersecție se transpun pe transformatele generatoarelor menționate adevărata mărime a distanțelor curbei de intersecție față de baza cilindrului: $/1_0-9_0/ \cong /1'-9'/$, $/17_0-5_0/ \cong /17'-5'/$, ...

Unind pe desfășurată punctele astfel obținute, se determină transformata curbei de intersecție.

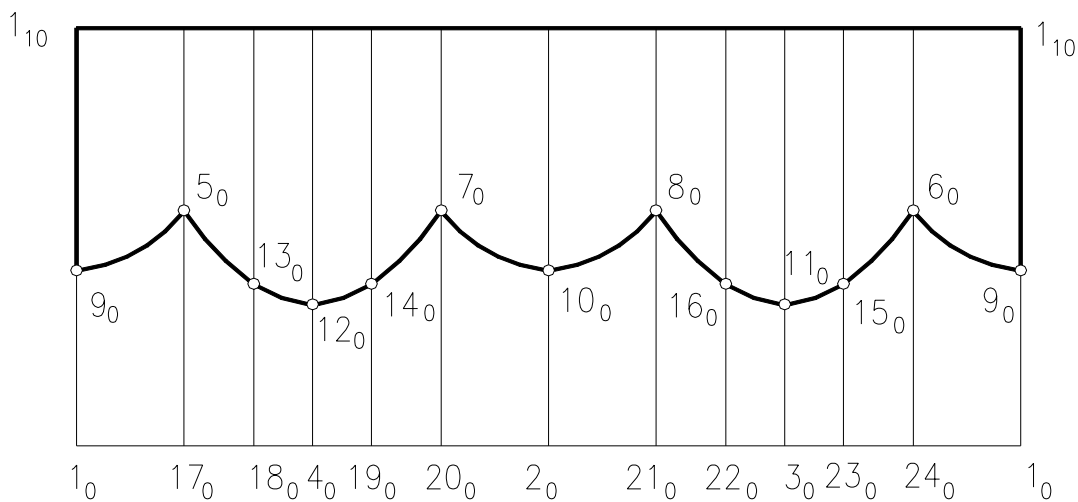


Fig.8.13

În fig.8.14 este prezentată desfășurata suprafeței laterale a piramidei, obținută în urma intersecției.

Pentru determinarea adevăratei mărimi a muchiilor laterale, egale între ele, se rotește muchia $(SA)(sa,s'a')$ în jurul axei cilindrului, fiind transformată în frontala $(SA_p)(sa_p,s'a'_p)$.

Pe desfășurată se construiesc transformatele dreptelor conținute în fețele piramidei, drepte pe care sunt situate punctele curbei de intersecție. Pe aceste transformate se transpun adevăratele mărimi ale distanțelor punctelor curbei de intersecție față de vârful S al piramidei.

Pentru aflarea adevăratelor mărimi ale segmentelor $/S-13/ \equiv /S-14/ \equiv /S-15/ \equiv /S-16/$ se folosește metoda rotației, obținându-se $/S_0-13_0/ \equiv /s'-13'_1/$. Distanțele celorlalte puncte ale curbei de intersecție față de vârful S se proiectează în adevărată mărime pe planul $[V]$ sau $[L]$. Unind în desfășurată transformatele punctelor $5_0, 9_0, \dots, 16_0$, se obține transformata curbei de intersecție.

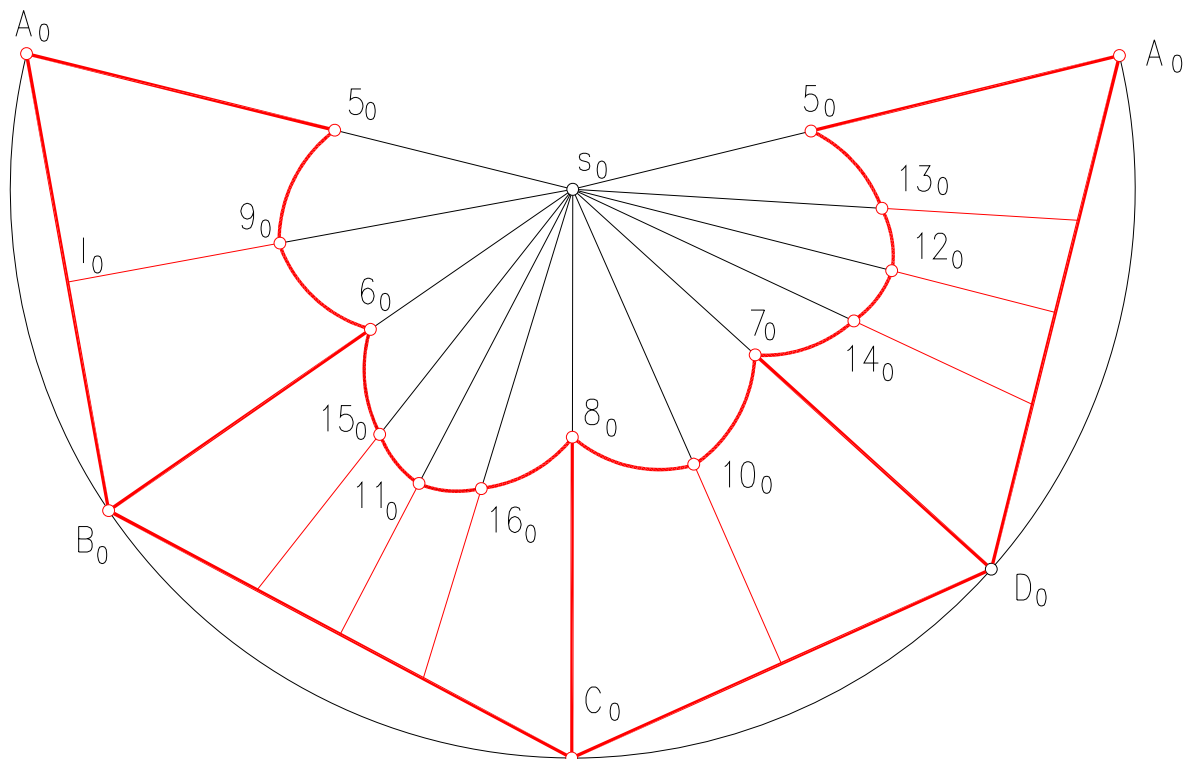


Fig.8.14

8.5. LUCRĂRI DE LABORATOR

8.5.1. Intersecția a două prisme

Enunț:

Să se determine intersecția prismelor triunghiulare $[ABCAo\dots]$ și $[MNPMo\dots]$ (tabelul.8.1).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 8.15); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.15).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A, B, C, Ao, M, N, Q, Mo (tabelul 8.1) :

$A(65,0,60)$; $B(25,0,15)$; $C(15,0,40)$; $Ao(130,0,60)$;

$M(120,10,0)$; $N(80,40,0)$; $Q(95,60,0)$; $Mo(120,10,80)$;

1.5. Se reprezintă proiecțiile celor două prisme (fig 8.15);

1.6. Se observă că muchiile prisme $[ABCAo\dots]$ sunt drepte verticale iar muchiile prisme $[MNPMo\dots]$ sunt drepte orizontale;

1.7. Planele auxiliare folosite la intersecția a două prisme sunt plane care conțin muchiile prismelor și sunt paralele cu direcțiile muchiilor acestora. În varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele verticale $[P_1], [P_2]$ și $[P_3]$ care conțin muchiile prisme $[ABCAo\dots]$ și sunt paralele cu muchiile verticale ale prisme $[MNPMo\dots]$; Urmele orizontale ale acestor plane auxiliare $(Ph_1), (Ph_2)$ și (Ph_3) se vor suprapune peste proiecțiile orizontale ale dreptelor orizontale reprezentând muchiile prisme $[ABCAo\dots]$.

1.8. Se determină tipul de intersecție în funcție de zonele interzise, în varianta rezolvată fiind o pătrundere.

1.9. Se reprezintă diagrama desfășuratelor convenționale pentru proiecția verticală, alegându-se un sens de parcurs (pentru proiecția orizontală această diagramă nu mai este necesară, intersecția fiind evidentă).

1.10. Se stabilește vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două prisme, în proiecția verticală și se trece în diagramă.

1.11. Fiecare plan auxiliar secționează prisma $[MNPMo\dots]$ după paralelograme intersectate la rândul lor de proiecțiile verticale ale orizontalelor reprezentând muchiile prisme $[ABCAo\dots]$; Punctele rezultate $a'_1, b'_1, c'_1, a'_2, b'_2, c'_2$, sunt proiecțiile verticale ale punctelor de intersecție dintre muchiile prisme $[ABCAo\dots]$ cu suprafețele laterale ale prisme $[MNPMo\dots]$.

1.12. Se înscriu punctele a'_1, b'_1, c'_1 și a'_2, b'_2, c'_2 în diagrama desfășuratelor convenționale și se determină vizibilitatea laturilor triunghiurilor de intersecție în funcție de vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două prisme.

1.13. Se unesc proiecțiile verticale a'_1, b'_1, c'_1 și a'_2, b'_2, c'_2 , ale punctelor de intersecție dintre muchiile prisme $[ABCAo\dots]$ cu suprafețele laterale ale prisme $[MNPMo\dots]$, în funcție de vizibilitatea lor.

1.14 Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.15).

Tabelul 8.1

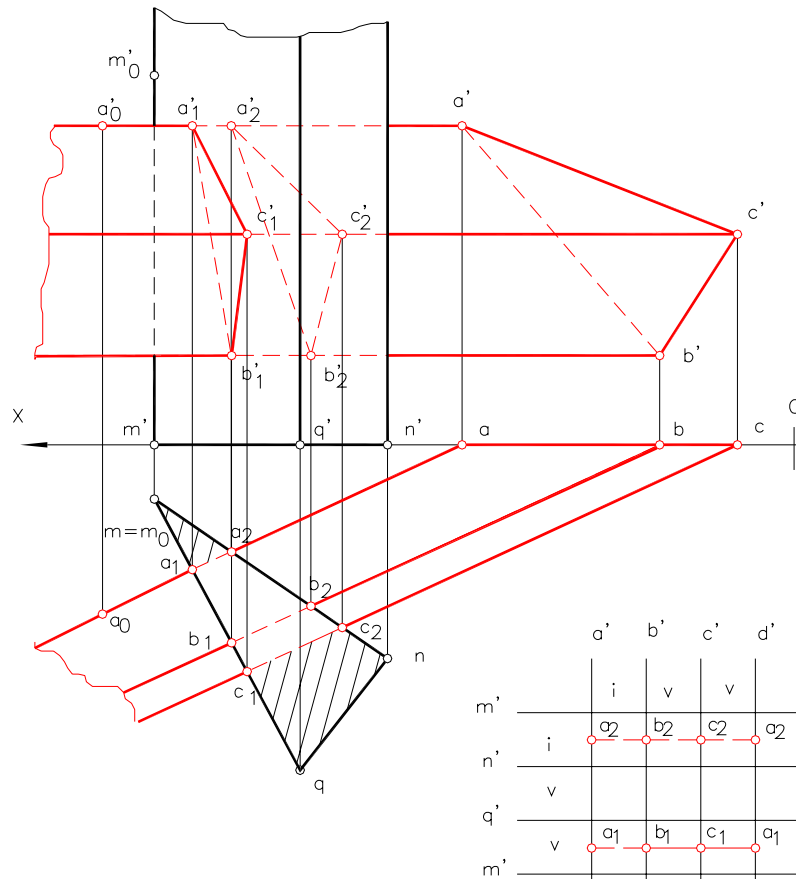
Varianta	Punctul	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	130	130	130	130	130	120	120	120	120	120
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
B	x	110	110	110	110	110	100	100	100	100	100
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	20	10	20	10	20	10	20	10	20
C	x	150	150	150	150	150	140	140	140	140	140
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	35	45	35	45	35	45	35	45	35	45
Ao	x	10	10	10	10	10	5	5	5	5	5
	y	60	60	60	60	60	50	50	50	50	50
	z	50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
M	x	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40
	y	25	20	25	20	25	20	25	20	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	x	65	60	65	60	65	60	65	60	65	60
	y	10	10	10	10	10	15	15	15	15	15
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q	x	50	60	55	50	60	55	50	60	55	60
	y	80	85	80	85	80	85	80	85	80	85
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mo	x	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40
	y	25	20	25	20	25	20	25	20	25	20
	z	70	80	70	80	70	80	70	80	70	80

Tabelul 8.1
Continuare 1

Varianta		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Punctul											
A	x	30	30	30	30	30	40	40	40	40	40
	y	50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	50	50	50	50	50	60	60	60	60	60
	y	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	10	15	20	10	15	20	10	15	20	10
	y	30	25	30	25	30	25	30	25	30	25
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ao	x	150	145	150	145	150	145	150	145	150	145
	y	50	60	50	60	50	60	50	60	50	60
	z	70	65	70	65	70	65	70	65	70	65
M	x	130	120	130	120	130	120	130	120	130	120
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	20	25	20	25	20	25	20	25	20	25
N	x	100	105	100	105	100	105	100	105	100	105
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	15	10	15	10	15	10	15	10	15
Q	x	75	75	75	80	80	80	75	75	75	80
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	60	50	60	50	60	50	60	50	60	50
Mo	x	130	120	110	130	120	110	130	120	110	130
	y	70	70	70	70	70	75	75	75	75	75
	z	20	15	20	15	20	15	20	15	20	15

Tabelul 8.1
Continuare 1

Varianta		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Punctul											
A	x	60	60	60	60	60	65	65	65	65	65
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	50	55	60	65	70	50	55	60	65	60
B	x	20	20	20	20	20	25	25	25	25	25
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	5	10	15	20	25	5	10	15	20	15
C	x	10	10	10	10	10	15	15	15	15	15
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	30	35	40	45	50	30	35	40	45	40
Ao	x	125	125	125	125	125	130	130	130	130	130
	y	40	40	40	40	40	35	35	35	35	35
	z	50	55	60	65	70	50	55	60	65	60
M	x	115	115	115	115	115	120	120	120	120	120
	y	20	20	20	20	20	10	10	10	10	10
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	x	70	70	70	70	70	80	80	80	80	80
	y	45	45	45	45	45	40	40	40	40	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Q	x	85	85	85	85	85	95	95	95	95	95
	y	70	70	70	70	70	60	60	60	60	60
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Mo	x	115	115	115	115	115	120	120	120	120	120
	y	20	20	20	20	20	10	10	10	10	10
	z	90	90	90	90	90	80	80	80	80	80



A(65,0,60)
 B(25,0,15)
 C(15,0,40)
 A₀(130,35,60)

M(120,10,0)
 N(80,40,0)
 Q(95,60,0)
 M₀(120,10,80)

Enunt: Sa se determine intersecția prismelor triunghiulare [ABCA₀...] și [MNQM₀...].

Tema nr. 8.5.1	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Intersecția a doua prisme.
Data: 03.10.2006	Numele și prenumele Popescu Ion	Facultatea - secția - grupa IT - CA - 2156

Fig.8.15

8.5.2. Intersecția unei prisme cu o piramidă

Enunț:

Să se determine intersecția prisme triunghiulare $[MNPM_1N_1P_1]$ cu piramida $[SABC]$ (tabelul.8.2).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.16); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.16).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor M, N, P, M_1 și S, A, B, C (tabelul 8.2) :

$M(105,15,0); N(85,30,0); P(120,40,0); M_1(40,55,75);$

$S(90,75,85); A(20,15,0); B(15,50,0); C(60,25,0);$

1.5. Se reprezintă proiecțiile prisme $[MNPM_1N_1P_1]$ și ale piramidei $[SABC]$ (fig 8.16);

1.6. Planele auxiliare folosite la intersecția celor două poliedre sunt plane care trec prin vârful S al piramidei și sunt paralele cu muchiile laterale ale prisme.

1.7. In varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele $[P_A], [P_B], [P_C]$ [și $[P_N]$] care trec prin vârful S al piramidei și sunt paralele cu muchiile laterale ale prisme. Urmele orizontale ale acestor plane auxiliare $(Ph_A), (Ph_B), (Ph_C)$ și (Ph_N) trec prin proiecțiile orizontale a, b, c și n ale vârfurilor celor două poliedre și converg în proiecția orizontală h a urmei orizontale a dreptei care trece prin vârful S al piramidei și este paralelă cu muchiile prisme $[MNPM_1N_1P_1]$.

1.8. Se determină tipul de intersecție în funcție de zonele interzise, în varianta rezolvată fiind o pătrundere; se observă că muchiile $/MM_1/$ și $/PP_1/$ nu participă la intersecție.

1.9. Se reprezintă diagrama desfășuratelor convenționale pentru ambele proiecții (verticală și orizontală) alegându-se un sens de parcurs.

1.10. Se stabilește vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două poliedre în ambele proiecții și se trece în diagramă.

1.11. Fiecare plan auxiliar secționează prisma $[MNPM_1N_1P_1]$ după paralelograme intersectate la rândul lor de muchiile piramidei $[SABC]$;Punctele rezultate sunt vârfurile poligoanelor de intrare și ieșire a piramidei din prismă..

1.12. Se înscriu aceste puncte $(A_7, N_1, B_3, N_2, C_5$ și $A_8, B_4, C_6)$ în diagrama desfășuratelor convenționale și se determină vizibilitatea laturilor poligoanelor de intersecție în funcție de vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două poliedre.

1.13. Se unesc proiecțiile orizontale și verticale ale punctelor de intersecție în funcție de vizibilitatea lor.

1.14. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.16).

Tabelul 8.2
continuare

Varianta		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Punctul											
M	x	55	35	55	35	55	35	55	35	55	35
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	20	15	20	15	20	15	20	15	15	15
N	x	70	65	60	55	70	65	60	55	65	55
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	30	35	30	35	30	35	30	30	35	35
P	x	35	30	25	20	35	30	25	20	35	20
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40
M ₁	x	110	100	110	115	110	105	100	105	100	100
	y	70	75	70	75	70	75	70	75	75	75
	z	60	55	65	50	60	50	55	60	55	55
S	x	60	55	50	60	55	50	60	55	50	50
	y	90	85	90	85	90	85	90	85	85	85
	z	75	80	75	80	75	80	75	80	75	75
A	x	110	115	120	110	115	120	110	115	120	120
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	10	15	10	15	10	15	10	10	15	15
B	x	135	130	125	135	130	125	135	130	115	125
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	55	50	45	55	45	50	50	45	50	50
C	x	75	80	85	75	80	85	75	85	80	80
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	25	20	25	25	25	20	25	25	20	25

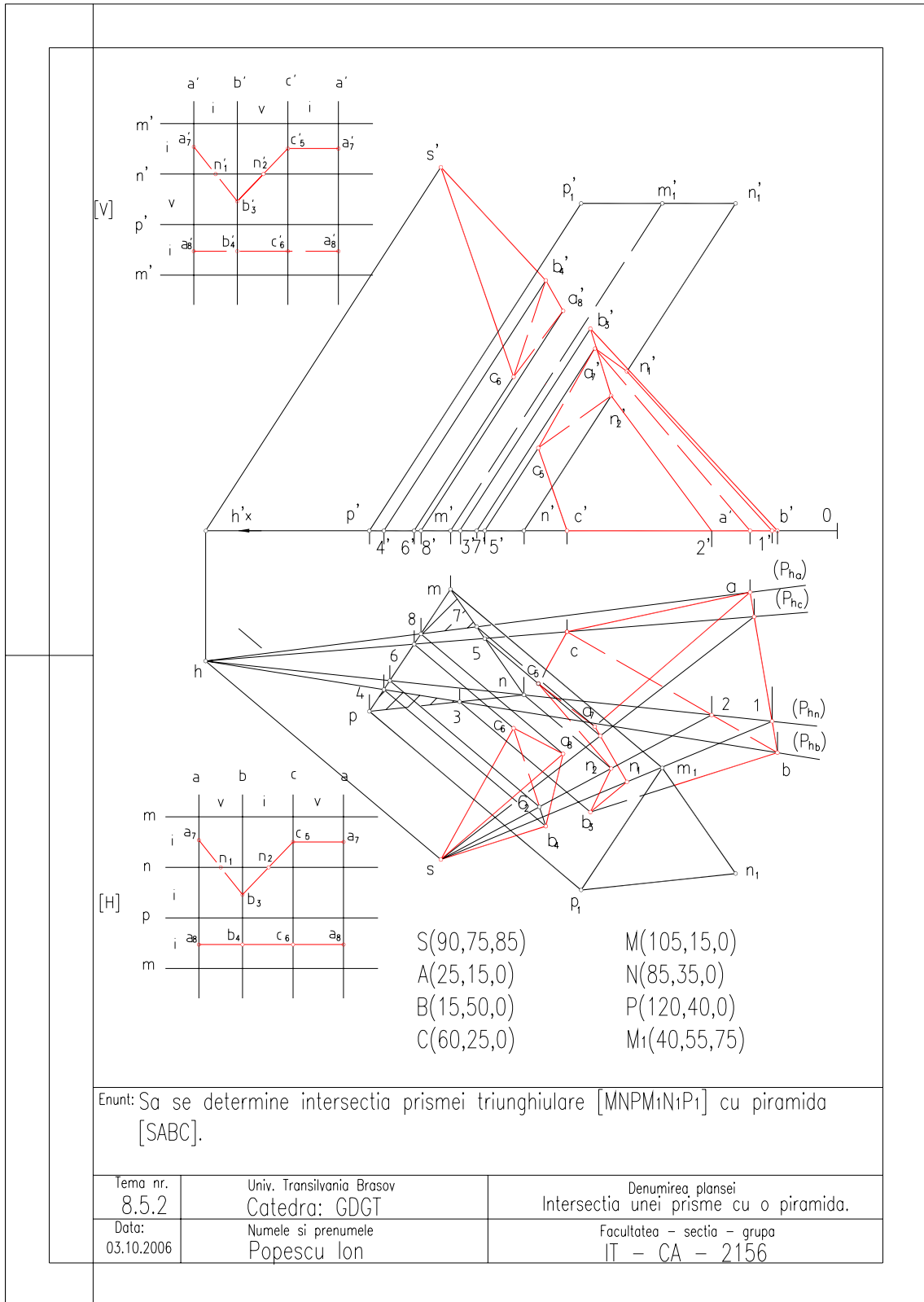


Fig.8.16

8.5.3. Intersecția a doi cilindri circulari drepecți.

Enunț: :

Să se determine intersecția cilindrilor circulari drepecți $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ și $\mathcal{C}_2(O_2, R_2)$ cu axele perpendiculare și concurente în punctul C și bazele în planele de proiecție; Înălțimile cilindrilor sunt H_1 și H_2 (tabelul.8.3).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297) (fig 8.17); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.17).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor O_1 și O_2 , valorile razelor R_1, R_2 și a înălțimilor H_1, H_2 :

$O_1(45,0,45); O_2(0,30,45); R_1=20; R_2=15; H_1=60; H_2=80;$

1.5. Se precizează planele de proiecție în care se află bazele celor doi cilindri : $\mathcal{C}_1 \in [V]$ și $\mathcal{C}_2 \in [L]$

1.6. Se observă că generatoarele cilindrului \mathcal{C}_1 sunt drepte de capăt iar generatoarele cilindrului \mathcal{C}_2 sunt drepte fronto- orizontale;

1.7. Planele auxiliare folosite la intersecția celor doi cilindri sunt plane paralele cu planul format de axele lor. În varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele de nivel $[N_1], [N_2]$ și $[N_3]$

Planul $[N_1]$ este tangent la cilindrul \mathcal{C}_2 după generatoarea (12) și secționează cilindrul \mathcal{C}_1 după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $1'2'$; Punctele comune tangentei și dreptunghiului vor fi 1 și 2.

Planul $[N_2]$ secționează cilindrul \mathcal{C}_1 după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $3'5'$ și cilindrul \mathcal{C}_2 după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $3''4''$; Punctele comune celor două dreptunghiului vor fi 3, 4 și 5, 6.

Planul $[N_3]$ secționează cilindrul \mathcal{C}_1 după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $7'9'$ și cilindrul \mathcal{C}_2 după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $7''8''$; Punctele comune celor două dreptunghiului vor fi 7, 8 și 9, 10.

1.8. Curbele rezultate din intersectarea celor doi cilindri se obțin prin unirea proiecțiilor de același fel ale punctelor comune.

Proiecțiile orizontale ale acestor curbe se obțin prin unirea proiecțiilor orizontale ale punctelor 7, 3, 1, 4, 8 respectiv 9, 5, 2, 6, 10. iar proiecțiile lor verticale și laterale ale curbelor se vor suprapune peste conturul aparent al bazelor celor doi cilindri.

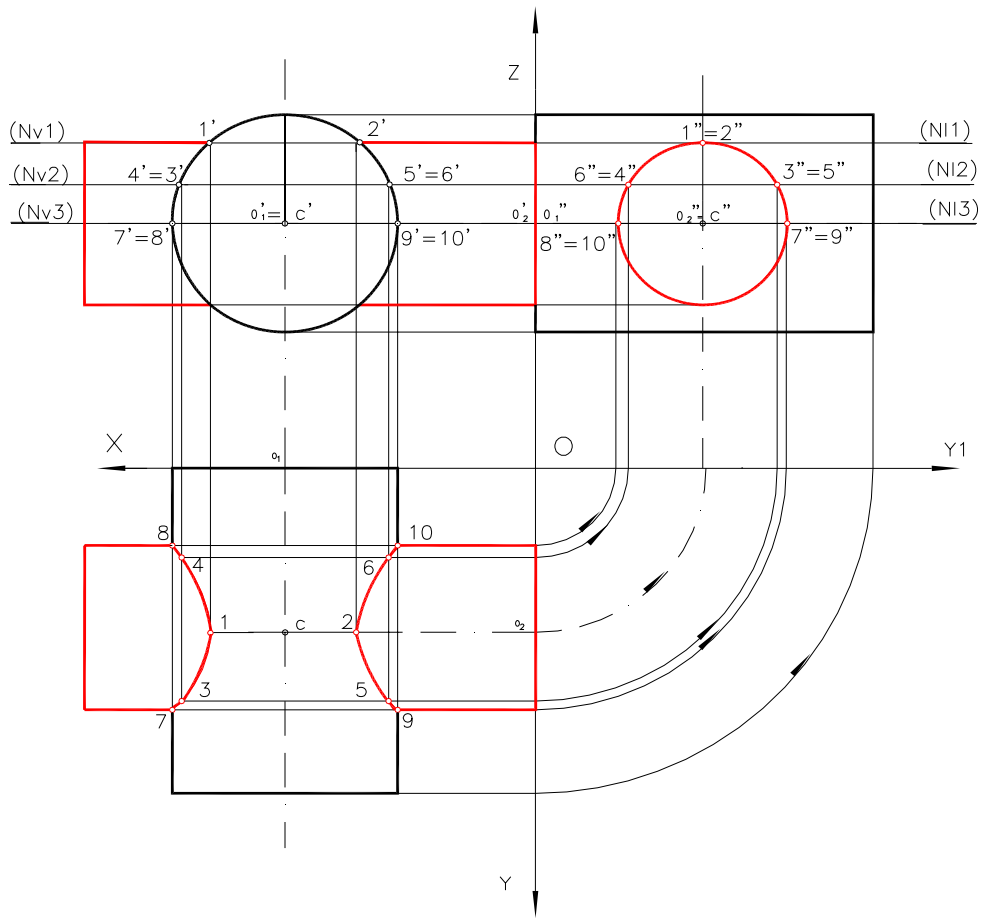
- 1.9. Se stabilește vizibilitatea celor doi cilindri.
 1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.17).

Tabelul 8.3

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O ₁	x	30	35	40	45	50	40	55	50	45	40
	y	20	25	30	35	40	40	50	45	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ℳ ₁	∈	[H]									
R ₁	=	15					20				
H ₁	=	80									
O ₂	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	20	25	30	35	40	40	50	45	40	35
	z	25	35	30	35	30	40	25	30	35	40
ℳ ₂	∈	[L]									
R ₂	=	20					15				
H ₂	=	75									

Tabelul 8.3 continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O ₁	x	35	50	45	40	30	35	40	45	35	40
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	45	40	35	30	30	35	40	45	50
\mathcal{E}_1	∈	[V]									
R ₁	=	15					20				
H ₁	=	75									
O ₂	x	35	50	45	40	30	35	40	45	35	40
	y	30	35	25	35	30	25	30	35	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\mathcal{E}_2	∈	[H]									
R ₂	=	20					15				
H ₂	=	80									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
O ₁	x	35	40	45	50	35	55	50	45	40	45
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	45	40	40	35	45	40	35	30	25	45
\mathcal{E}_1	∈	[V]									
R ₁	=	15					20				
H ₁	=	60									
O ₂	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	35	35	30	25	30	35	30	25	35	30
	z	45	40	40	35	45	40	35	30	25	45
\mathcal{E}_2	∈	[L]									
R ₂	=	20					15				
H ₂		80									



$\mathcal{C}_1 \in [V]$
 $R_1 = 20$
 $H_1 = 60$
 $O_1(45, 0, 45)$

$\mathcal{C}_2 \in [L]$
 $R_2 = 15$
 $H_2 = 80$
 $O_2(0, 30, 45)$

Enunt: Sa se determine intersectia cilindrilor $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ si $\mathcal{C}_2(O_2, R_2)$ cu axele perpendiculare si concurente in punctul C si bazele in planele de proiectie; Inaltimele cilindrilor sunt H_1 si H_2 .

Tema nr. 8.5.3	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Intersectia a doi cilindri circulari drepti.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 8.17

8.6. TEME

8.6.1. Intersecția a două piramide

Enunț:

Să se determine intersecția piramidelor triunghiulare $[ABCT]$ și $[DEFS]$ (tabelul.8.4).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.18); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.18).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A, B, C, T, D, E, F, S (tabelul 8.4) :

$A(5,60,0)$; $B(35,90,0)$; $C(50,75,0)$; $T(85,30,35)$;

$D(100,55,0)$; $E(105,85, 0)$; $F(60,65,0)$; $S(40,10, 65)$;

1.5. Se reprezintă proiecțiile piramidei $[ABCT]$ și ale piramidei $[DEFS]$ (fig 8.18);

1.6. Planele auxiliare folosite la intersecția celor două poliedre sunt plane care trec prin vârfurile S și T ale celor două piramide.

1.7. In varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele $[P_A]$, $[P_B]$ $[P_C]$ și $[P_N]$ care trec prin vârfurile S și T ale celor două piramide .

Urmele orizontale ale acestor plane auxiliare (Ph_a) , (Ph_f) , (Ph_c) și (Ph_b) trec prin proiecțiile orizontale a , f , c și b ale vârfurilor celor două piramide și converg în proiecția orizontală h a urmei orizontale a dreptei care trece prin vârfurile S și T ale celor două piramide

1.8. Se determină tipul de intersecție în funcție de zonele interzise, în varianta rezolvată fiind o pătrundere; se observă că muchiile $/SD/$ și $/SE/$ nu participă la intersecție.

1.9. Se reprezintă diagrama desfășuratelor convenționale pentru ambele proiecții (verticală și orizontală) alegându-se un sens de parcurs.

1.10. Se stabilește vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două piramide în ambele proiecții și se trece în diagramă.

1.11. Fiecare plan auxiliar secționează piramidele după triunghiuri care la rândul lor se intersectează cu muchiile corespunzătoare ale celeilalte piramide; punctele rezultate sunt vârfurile poligoanelor de intrare și ieșire a piramidei din prismă.

1.12. Se înscriu aceste puncte $(A_{10}, F_1, B_3, C_4, F_2)$ și (A_9, B_6, C_7) în diagramele desfășuratelor convenționale și se determină vizibilitatea laturilor poligoanelor de intersecție în funcție de vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două piramide.

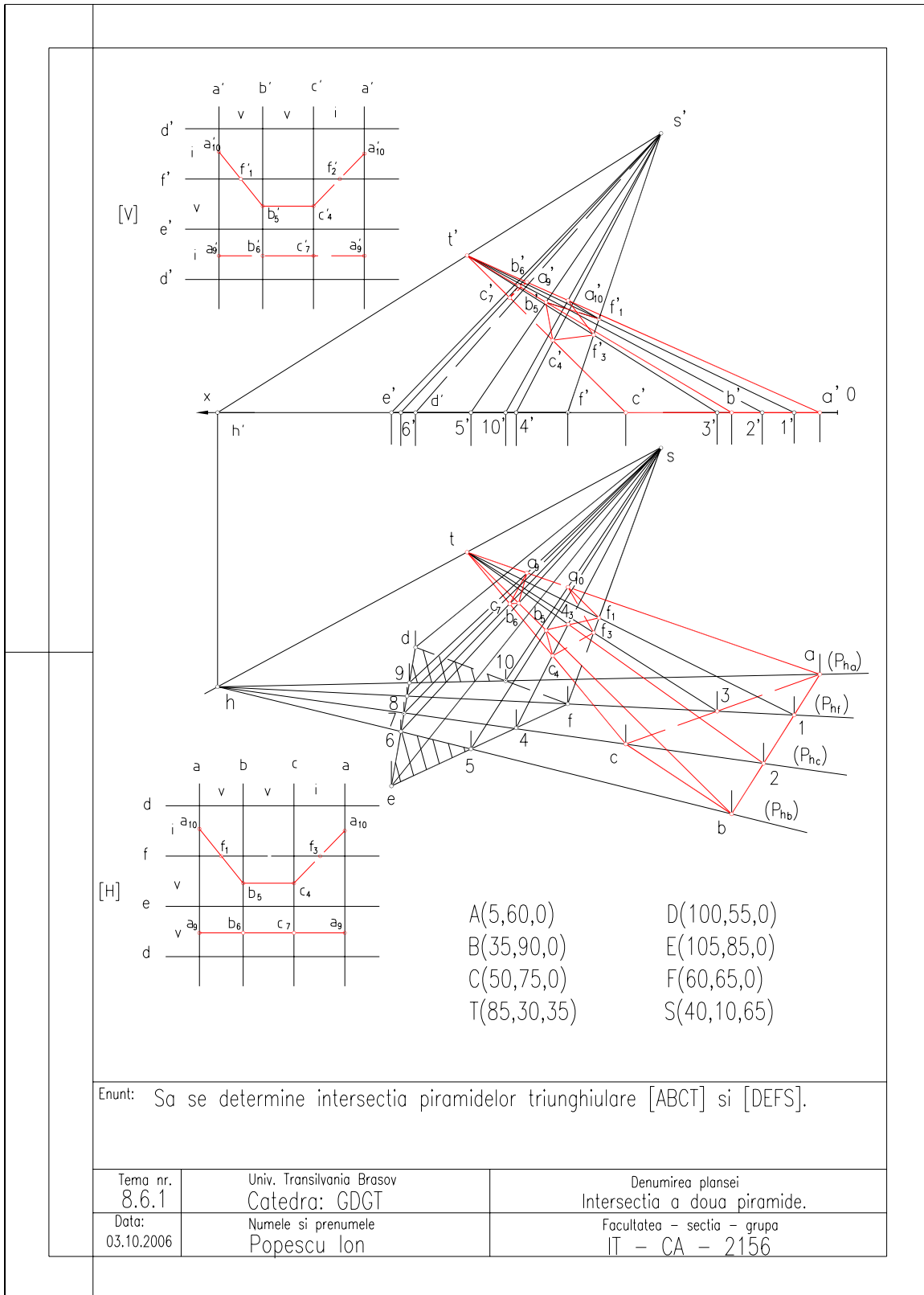


Fig. 8.18

8.6.2. Intersecția unui cilindru cu un con

Enunț:

Să se determine intersecția dintre un con circular drept $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ și un cilindru circular drept $\mathcal{C}_2(O_2, R_2)$; înălțimea conului este H_1 și a cilindrului H_2 (tabelul.8.5).

Indicații :

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.19); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.19).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor O_1 și O_2 , valorile razelor R_1, R_2 și a înălțimilor H_1, H_2 :

$O_1(35,40,0); O_2(0,40,20); R_1=30; R_2=15; H_1=55; H_2=70;$

1.5. Se precizează planele de proiecție în care se află bazele conului și cilindrului : $\mathcal{C}_1 \in [H]$ și $\mathcal{C}_2 \in [L]$

1.6. Se observă că generatoarele cilindrului \mathcal{C}_2 sunt drepte fronto- horizontale iar înălțimea conului \mathcal{C}_1 este o dreaptă verticală.

1.7. Planele auxiliare folosite la intersecția conului cu cilindrul sunt plane de nivel $[N_1], [N_2], [N_3], [N_4]$ și $[N_5]$ care intersectează cilindrul după dreptunghiuri și conul după cercuri.

Planul $[N_1]$ este tangent la cilindrul \mathcal{C}_2 după generatoarea ce trece prin punctul I și secționează conul \mathcal{C}_1 după un cerc cu raza $/sI/$; punctele comune tangentei și cercului vor fi 1 și simetrul lui față de axa de rotație a conului $/SO_1/$.

Planul $[N_2]$ secționează cilindrul \mathcal{C}_2 după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $/2_1'' 2_2''/$, și conul \mathcal{C}_1 după un cerc cu raza $/s2_1/$; punctele comune vor fi: $2_1, 2_2$ și simetricele lor față de axa de rotație a conului $/SO_1/$.

Planul $[N_3]$ secționează cilindrul \mathcal{C}_2 după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $/3_1'' 3_2''/$, și conul \mathcal{C}_1 după un cerc cu raza $/s3_1/$; punctele comune vor fi: $3_1, 3_2$ și simetricele lor față de axa de rotație a conului $/SO_1/$.

Planul $[N_4]$ secționează cilindrul \mathcal{C}_2 după un dreptunghi având lățimea egală cu mărimea segmentului $/4_1'' 4_2''/$, și conul \mathcal{C}_1 după un cerc cu raza $/s4_1/$; punctele comune vor fi: $4_1, 4_2$ și simetricele lor față de axa de rotație a conului $/SO_1/$.

Planul $[N_5]$ este tangent la cilindrul \mathcal{C}_2 după generatoarea ce trece prin punctul 5 și secționează conul \mathcal{C}_1 după un cerc cu raza $/s5/$; punctele comune tangentei și cercului vor fi 5 și simetrul lui față de axa de rotație a conului $/SO_1/$.

1.8. Curbele rezultate din intersecția conului cu cilindrul se obțin prin unirea proiecțiilor de același fel ale punctelor comune..

Proiecțiile laterale ale acestor curbe se vor suprapune peste conturul aparent al bazei cilindrului.

1.9. Se stabilește vizibilitatea intersecției.

1.10. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.19).

Tabelul 8.5

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
O ₁	x	30	35	40	45	50	40	55	50	45	40
	y	20	25	30	35	40	40	50	45	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\mathcal{C}_1	∈	[H]									
R ₁	=	15					20				
H ₁	=	80									
O ₂	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	20	25	30	35	40	40	50	45	40	35
	z	25	35	30	35	30	40	25	30	35	40
\mathcal{C}_2	∈	[L]									
R ₂	=	20					15				
H ₂	=	75									

Tabelul 8.5 continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O ₁	x	35	50	45	40	30	35	40	45	35	40
	y	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	z	40	45	40	35	30	30	35	40	45	50
\mathcal{E}_1	∈	[V]									
R ₁	=	15					20				
H ₁	=	75									
O ₂	x	35	50	45	40	30	35	40	45	35	40
	y	30	35	25	35	30	25	30	35	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\mathcal{E}_2	∈	[H]									
R ₂	=	20					15				
H ₂	=	80									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
O ₁	x	40	35	30	40	35	30	40	35	30	35
	y	35	30	35	30	35	35	30	25	35	40
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\mathcal{E}_1	∈	[H]									
R ₁	=	30					25				
H ₁	=	55									
O ₂	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	35	30	35	30	35	35	30	25	35	40
	z	25	40	40	35	45	40	35	30	25	20
\mathcal{E}_2	∈	[L]									
R ₂	=	12					10				
H ₂	=	70									

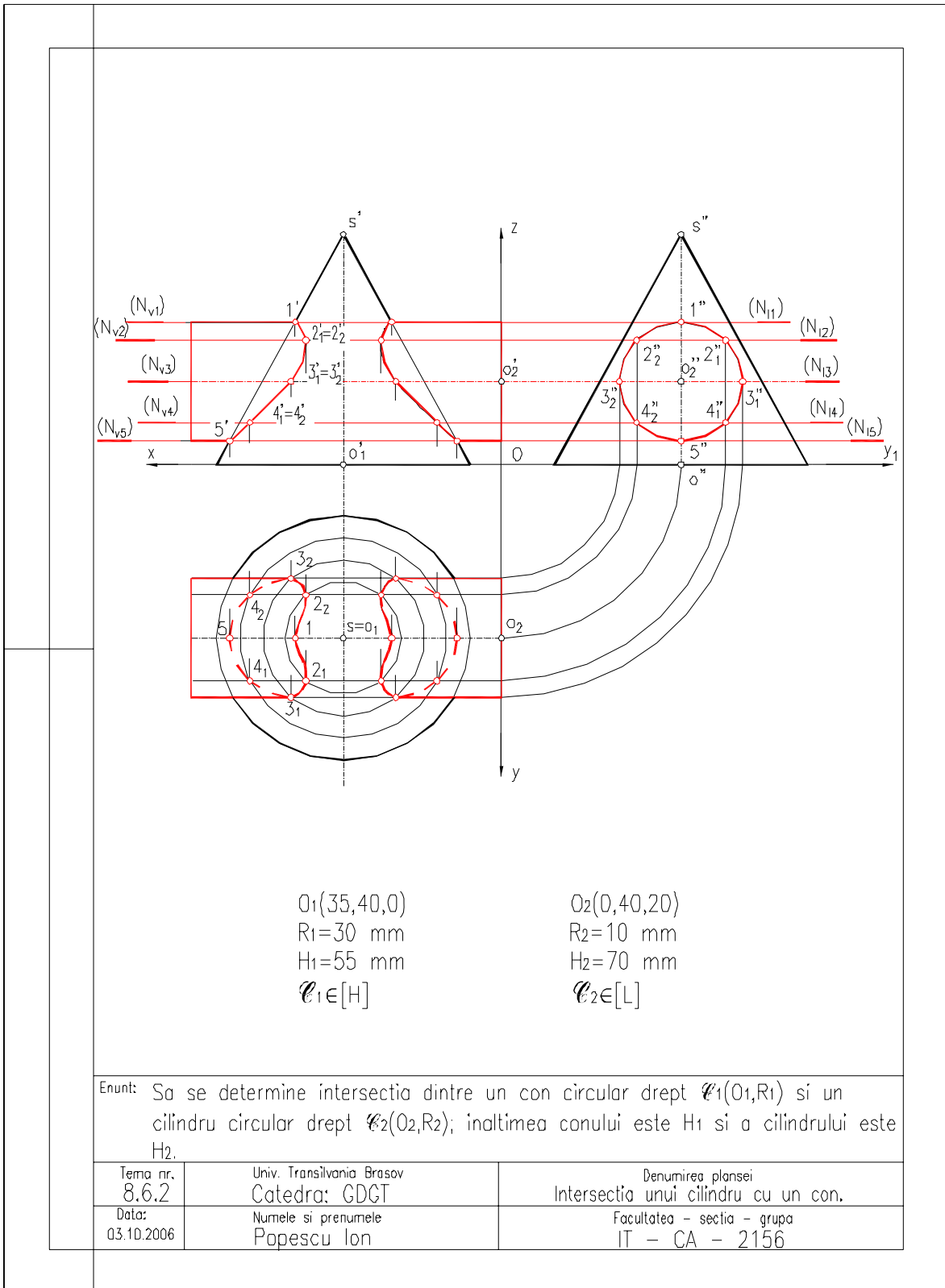


Fig. 8.19

8.6.3. Intersecția a două prisme

Enunț:

Să se determine intersecția prismelor drepte $[ABCD A_{\sigma} \dots]$ și $[MNPQM_{\sigma} \dots]$ cu bazele în planele de proiecție. Înălțimile prismelor $H_1 = H_2 = 80 \text{ mm}$ (tabelul.8.6).

Indicații:

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.20); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.20).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor A, B, C, D, M, N, P, Q (tabelul 8.6) :

$A(55,40,0)$; $B(35,40,0)$; $C(25,20,0)$; $D(65,20,0)$;

$M(0,10,70)$; $N(0,10,30)$; $P(0,30,40)$; $Q(0,30,60)$;

1.5. Se reprezintă proiecțiile celor două prisme (fig 8.20);

1.6. Se observă că muchiile prismei $[ABCD A_{\sigma} \dots]$ sunt drepte verticale iar muchiile prismei $[MNPQM_{\sigma} \dots]$ sunt drepte fronto-orizontale;

1.7. Planele auxiliare folosite la intersecția a două prisme sunt plane care conțin muchiile prismelor și sunt paralele cu direcțiile muchiilor acestora. În varianta rezolvată aceste plane auxiliare vor fi planele frontale $[F_1]$ și $[F_2]$ care conțin muchiile prismei $[ABCD A_{\sigma} \dots]$ și sunt paralele cu muchiile prismei $[MNPQM_{\sigma} \dots]$; Urmele orizontale ale acestor plane auxiliare (Fh_1) și (Fh_2) se vor suprapune peste proiecțiile orizontale ale verticalelor prismei $[ABC A_{\sigma} \dots]$ ce trec prin vârfurile C, D și A, B .

1.8. Se determină tipul de intersecție în funcție de zonele interzise, în varianta rezolvată fiind o rupere.

1.9. Se reprezintă diagrama desfășuratelor convenționale pentru proiecția verticală, alegându-se un sens de parcurs (pentru proiecția orizontală această diagramă nu mai este necesară, intersecția fiind evidentă).

1.10. Se stabilește vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două prisme, în proiecția verticală și se trece în diagramă.

1.11. Fiecare plan auxiliar secționează prisma $[MNPQM_{\sigma} \dots]$ după dreptunghiuri intersectate la rândul lor de proiecțiile verticale ale verticalelor reprezentând muchiile prismei $[ABC A_{\sigma} \dots]$; Punctele rezultate : c'_1, p'_1, q'_1, c'_2 și d'_1, p'_2, q'_2, d'_2 , sunt proiecțiile verticale ale punctelor de intersecție dintre muchiile prismei $[ABC A_{\sigma} \dots]$ cu suprafețele laterale ale prismei $[MNPQM_{\sigma} \dots]$.

1.12. Se înscriu punctele c'_1, p'_1, q'_1, c'_2 și d'_1, p'_2, q'_2, d'_2 , în diagrama desfășuratelor convenționale și se determină vizibilitatea muchiilor rezultate în funcție de vizibilitatea suprafețelor laterale ale celor două prisme.

1.13. Se unesc proiecțiile verticale c'_1, p'_1, q'_1, c'_2 și d'_1, p'_2, q'_2, d'_2 , ale punctelor de intersecție dintre muchiile celor două prisme.

1.14. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.20).

Tabelul 8.6

Varianta Punctul		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	x	50	55	50	50	55	50	50	55	50	55
	y	40	50	50	40	50	50	40	50	50	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	35	35	25	35	35	25	35	35	25	35
	y	40	50	50	40	50	50	40	50	50	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	20	20	10	20	20	10	20	20	10	20
	y	15	20	25	15	20	25	15	20	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	x	65	70	65	65	70	65	65	70	65	70
	y	15	20	25	15	20	25	15	20	25	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
	z	60	65	70	75	60	65	70	75	60	65
N	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
	z	10	15	20	25	10	15	20	25	10	15
P	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	35	35	30	40	35	30	40	35	30
	z	30	35	40	40	25	30	35	40	25	30
Q	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	35	35	30	40	35	30	40	35	30
	z	50	55	60	35	40	45	50	55	40	45

Tabelul 8.6
continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	x	50	50	55	50	55	50	55	50	50	55
	y	50	40	50	50	50	40	50	50	40	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	x	25	35	35	25	35	35	35	25	35	35
	y	50	40	50	50	50	40	50	50	40	50
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
C	x	10	20	20	10	20	20	20	10	20	20
	y	25	15	20	25	20	15	20	25	15	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	x	65	65	70	65	70	65	70	65	65	70
	y	25	15	20	25	20	15	20	25	15	20
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
M	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
	z	60	65	70	75	60	65	70	75	60	65
N	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	5	10	15	5	10	15	5	10	15	5
	z	10	15	20	25	10	15	20	25	10	15
P	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	35	35	30	40	35	30	40	35	30
	z	30	35	40	40	25	30	35	40	25	30
Q	x	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	y	30	35	35	30	40	35	30	40	35	30
	z	50	55	60	35	40	45	50	55	40	45

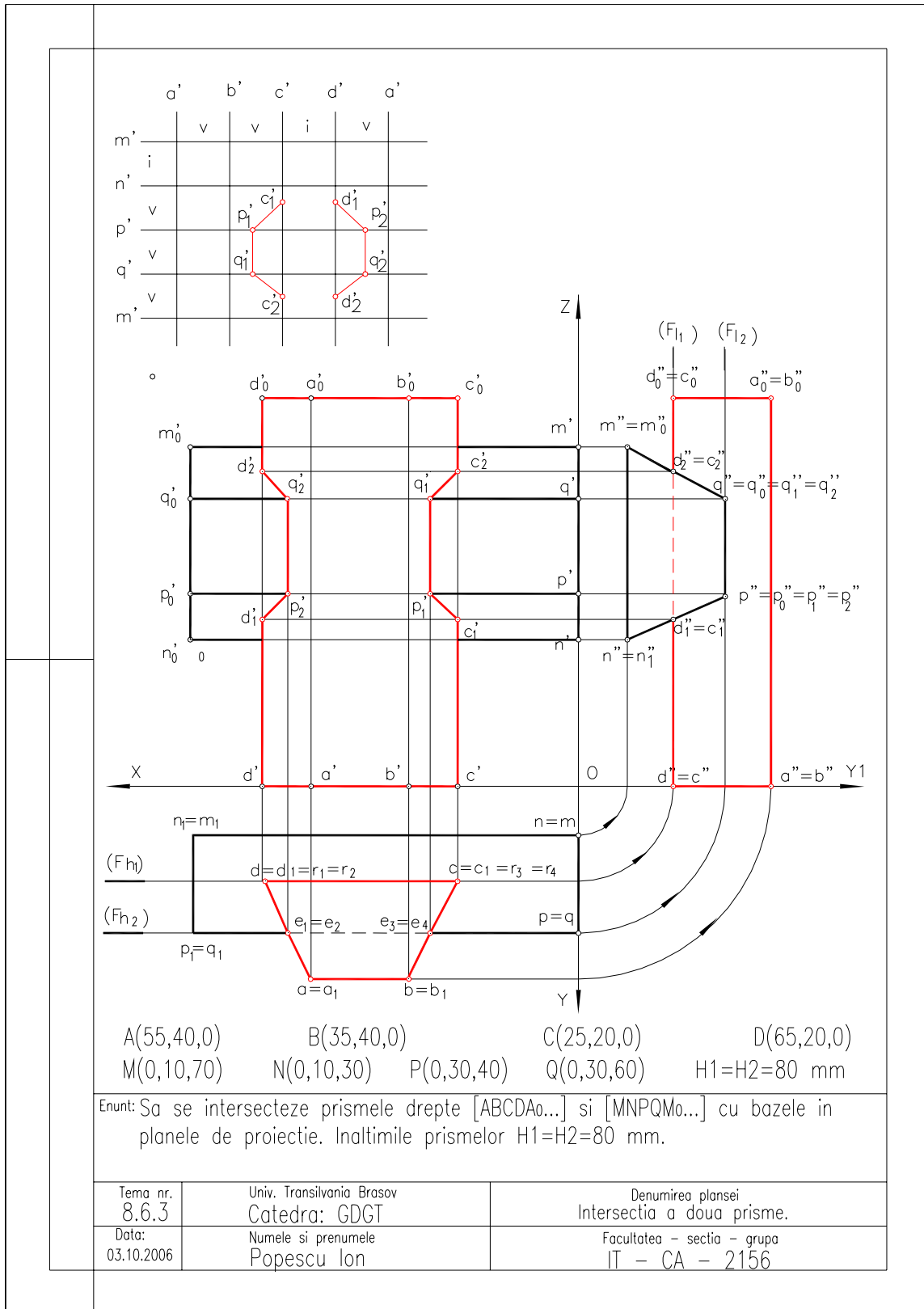


Fig.8.20

8.6.4. Intersecția unei prisme cu un con

Enunț:

Să se determine intersecția dintre prisma hexagonală dreaptă cu baza $[ABCDEF]$ înscrisă într-un cerc $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ și un con circular drept cu baza un cerc $\mathcal{C}_2(O_2, R_2) \in [N_4]$; înălțimea prisme este H_1 și a conului $/SO_2/$ (tabelul.8.7).

Indicații :

1.1. Lucrarea se execută pe un format A4(210×297).(fig 8.21); exemplul de rezolvare este corespunzător variantei nr.30.

1.2. Se liniază formatul A4 conform modelului (fig.8.21).

1.3. Se completează enunțul problemei.

1.4. Se scriu coordonatele punctelor O_1 și O_2 , valorile razelor R_1, R_2 , a înălțimilor $H_1, /SO_2/$ și a cotei z_{N_4} .

$O_1(45,35,0); O_2(45,35,18); R_1=25; R_2=35; H_1=45; /SO_2/=20; z_{N_4}=18$

1.5. Se precizează planele de proiecție în care se află bazele conului și cilindrului : $\mathcal{C}_1 \in [H]$ și $\mathcal{C}_2 \in [N_4]$

1.6. Se reprezintă prisma hexagonală dreaptă cu baza $[ABCDEF]$ înscrisă în cercul $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ și conul circular drept cu baza în cercul $\mathcal{C}_2(O_2, R_2) \in [N_4]$;

1.7. Se observă că muchiile prisme hexagonale sunt drepte verticale și înălțimea conului $/SO_2/$ este tot o dreaptă verticală.

1.8. Planele auxiliare folosite la intersecția prisme hexagonale drepte cu un con circular drept sunt plane de nivel $[N_1], [N_2]$ și $[N_3]$ care intersecționează prisma după hexagoane (care se suprapun în proiecția orizontală peste conturul aparent al prisme) și conul, după cercuri.

Planul $[N_1]$ are cota punctelor situate la intersecția (din proiecția laterală) conturului conului cu muchiile verticale ale prisme hexagonale; punctele comune rezultate prin secționarea prisme și conului vor fi punctele de tangență dintre (în proiecția orizontală) hexagon și cercul înscris în el: h, l, \dots

Planul $[N_3]$ are cota punctelor situate la intersecția (din proiecția verticală) conturului conului cu muchiile verticale ale prisme hexagonale; punctele comune rezultate prin secționarea prisme și conului vor fi punctele de tangență dintre (în proiecția orizontală) hexagon și cercul circumscris acestuia: a, b, c, d, e, f .

Planul $[N_2]$ având cota situată între cotele planelor $[N_1]$ și $[N_3]$ va secționa conul după cercul $\mathcal{C}_3 \in [N_2]$ și prisma hexagonală după un hexagon (suprapus peste proiecția orizontală a prisme); punctele comune rezultate vor fi situate la intersecția cercului \mathcal{C}_3 cu hexagonul : g, i, j, \dots

1.9. Curbele rezultate din intersecția prisme hexagonale drepte cu un con circular drept se obțin prin unirea proiecțiilor de același fel ale punctelor comune..

1.10. Se stabilește vizibilitatea intersecției.

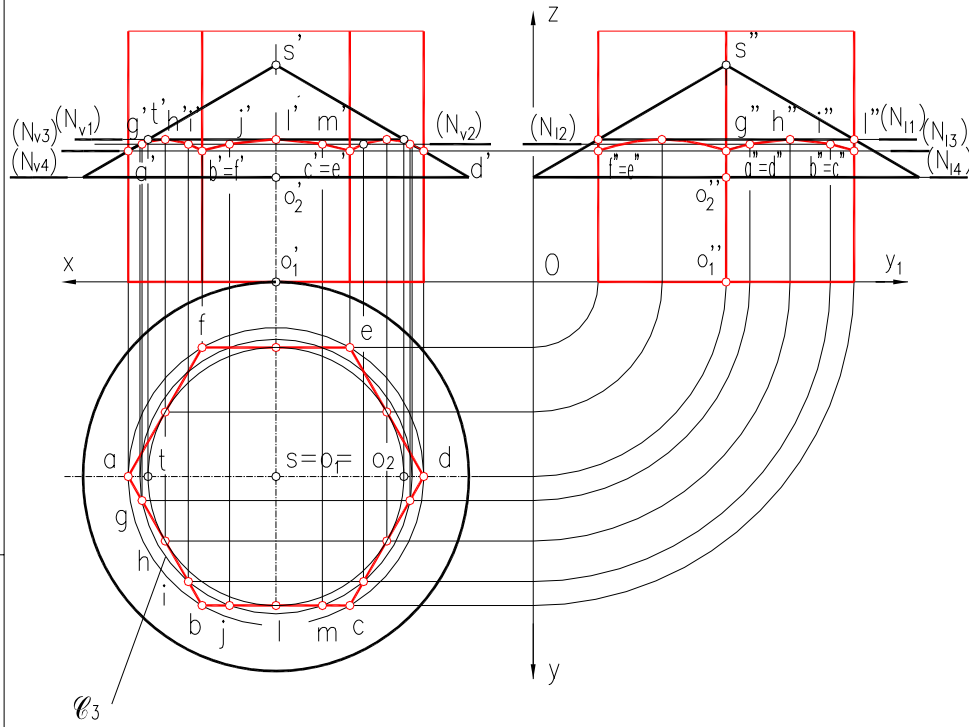
1.11. Se completează indicatorul conform modelului (fig.8.21).

Tabelul 8.7

Varianta		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Punctul											
O ₁	x	40	45	35	40	45	40	45	35	40	45
	y	40	40	35	35	35	30	35	40	40	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\mathcal{C}_1	\in	[H]									
R ₁	=	20					25				
H ₁	=	90									
O ₂	x	40	45	35	40	45	40	45	35	40	45
	y	40	40	35	35	35	30	35	40	40	35
	z	20	25	15	20	25	20	25	20	20	25
\mathcal{C}_2	\in	[N ₄]									
R ₂	=	30					20				
/SO ₂ /	=	75									

Tabelul 8.7 continuare

Varianta Punctul		11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
O ₁	x	40	45	35	40	45	40	45	35	40	55
	y	35	45	35	40	45	45	45	35	40	45
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\mathcal{C}_1	\in	[H]									
R ₁	=	25					20				
H ₁	=	80									
O ₂	x	40	45	35	40	45	40	45	35	40	55
	y	35	45	35	40	45	45	45	35	40	45
	z	20	25	15	20	25	20	25	20	20	25
\mathcal{C}_2	\in	[N ₄]									
R ₂	=	35					30				
H ₂	=	60									
Varianta Punctul		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
O ₁	x	45	40	45	35	40	40	45	35	40	45
	y	35	30	35	40	40	40	40	30	35	35
	z	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
\mathcal{C}_1	\in	[H]									
R ₁	=	20					25				
H ₁	=	55									
O ₂	x	45	40	45	35	40	40	45	35	40	45
	y	35	30	35	40	40	40	40	30	35	35
	z	25	25	20	25	20	25	20	25	20	20
\mathcal{C}_2	\in	[N₄]									
R ₂	=	30					35				
/SO ₂ /	=	20									



$O_1(45,35,0)$
 $R_1= 25 \text{ mm}$
 $H_1= 45 \text{ mm}$
 $\mathcal{C}_1 \in [H]$

$O_2(45,35,18)$
 $R_2=35 \text{ mm}$
 $|SO_2|= 20 \text{ mm}$
 $\mathcal{C}_2 \in [N_4]$ cu $Z_{N4}=18$

Enunt: Sa se determine intersectia dintre prisma hexagonala dreapta cu baza [ABCDEF] inscrisa intr-un cerc \mathcal{C}_1 (O_1, R_1) cu un con circular drept cu baza un cerc $\mathcal{C}_2(O_2, R_2) \in [N_4]$; inaltimea prismei este H_1 si a conului este $|SO_2|$.

Tema nr. 8.6.4	Univ. Transilvania Brasov Catedra: GDGT	Denumirea plansei Intersectia unei prismei cu un con.
Data: 03.10.2006	Numele si prenumele Popescu Ion	Facultatea - sectia - grupa IT - CA - 2156

Fig. 8. 21

BIBLIOGRAFIE

1. Boloș, C. Geometrie descriptivă. Editura Universității “Petru Maior”, Târgu Mureș, 1998.
2. Botez, M. Geometrie descriptivă. Editura Didactică și Pedagogică, București, 1965
3. Ivan M.C. Grafică industrială asistată de calculator. Editura Universității “Transilvania” Brașov, 2002.
4. Lihtețchi, I. ș.a. Grafică pe calculator. Universitatea “Transilvania” Brașov, 1996.
5. Lihtețchi, I. ș.a. Infografică tehnică. Editura Universității “Transilvania” Brașov, 2005.
6. Paré, E.G. ș.a. Descriptive Geometry. 8th Edition. Macmillan Publishing Company, New York, 1991.
7. Urdea, M., Păunescu, R. Grafică asistată 2D-3D. Curs și aplicații AutoCad-SolidWORKS. Editura Universității “Transilvania” Brașov, 2005.
8. Velicu, D. ș.a. Geometrie descriptivă și desen industrial. Universitatea din Brașov, 1978.
9. Velicu, D. ș.a. Geometrie descriptivă Universitatea “Transilvania” din Brașov
10. Velicu, D. Gageonea, L. ș.a. Geometrie descriptivă. Editura Didactică și Pedagogică, 1999
11. Gageonea, L. Urdea, M. Geometrie descriptivă. Culegere de probleme. Editura Didactică și Pedagogică, 1999
12. AUTOCAD 2006